

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA POLITÉCNICA

VINICIUS AUGUSTO DA SILVA COSTA

**Dimensionamento e calibração de suspensão tipo duplo A para  
veículos mini baja**

Trabalho de conclusão do curso de graduação do  
Departamento de Engenharia Mecânica da Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa

São Paulo  
2006

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA POLITÉCNICA

VINICIUS AUGUSTO DA SILVA COSTA

**Dimensionamento e calibração de suspensão tipo duplo A para  
veículos mini baja**

São Paulo  
2006

## FICHA CATALOGÁFICA

**Costa, Vinicius Augusto da Silva**  
**Dimensionamento e calibração de suspensão tipo duplo A**  
**para veículos mini baja / V.A.S.Costa -- São Paulo, 2006.**  
**64 p.**

**Trabalho de conclusão de curso - Escola Politécnica da**  
**Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia**  
**Mecânica**

**1.Mini baja 2.Suspensão automotiva (otimização)**  
**3.Cinemática I.Costa, Vinicius Augusto da Silva II.Universidade**  
**de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia**  
**Mecânica III.t.**

## RESUMO

Este trabalho visa à elaboração de um conjunto de rotinas de dimensionamento geométrico e calibração de componentes integrantes de uma suspensão tipo duplo A (“double-wishbone”), podendo ser utilizado em diversos tipos de aplicação. Como exemplo, é ilustrada a utilização do conjunto de rotinas no caso de um veículo “fora de estrada” do tipo Mini Baja. O dimensionamento inicia-se na definição de características do sistema de suspensão desejado, tais como máxima variação de bitola e cambagem, e fornece a geometria otimizada visando à menor altura do centro de rolagem instantânea em relação ao solo, as constantes de rigidez e amortecimento do sistema, a máxima velocidade que o sistema suporta ao contornar uma curva de raio constante sem tombar ou perder aderência, as curvas de rigidez e amortecimento do conjunto mola+amortecedor introduzidos no sistema de modo a fornecer as características desejadas e o dimensionamento do elemento mola. Nesse intuito são utilizados algoritmos de otimização que suportam funções e restrições não lineares. Esse conjunto de rotinas é desenvolvido partindo-se das teorias de dinâmica veicular e elementos de máquina, de maneira a possibilitar uma maior compreensão e otimização do referido sistema, fornecendo as informações necessárias para o início da viabilização física do mesmo.

## **ABSTRACT**

This paper proposes a group of routines for geometric dimensioning and calibration of the components in the double-wishbone suspension system. The routines can be used in several kinds of application and, as an example, it is shown the use of them to develop a Mini Baja off-road vehicle suspension system. The dimensioning starts with the definition of characteristics for the desired suspension system, as the maximum variation for the track width and camber of the vehicle, and returns the optimized geometry with the lowest roll center height, the stiffness and damping constants of the system, the maximum speed the system can turn a constant radius corner, the stiffness and damping curves for the spring and damper, and the dimensioned spring. To achieve these goals, it is used optimization algorithms which deal with nonlinear functions and constraints. The group of routines is developed using the vehicle dynamics and machine elements theories to obtain a better comprehension and optimization of the mentioned suspension system, supplying the needed information to start its physic construction.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$B_t$	Bitola do veículo
$C_r$	Amortecimento do sistema de suspensão
$C_c$	Amortecimento do amortecedor
$C$	Relação entre $D$ e $d$ , valor entre 4 e 12
$D$	Diâmetro médio da mola
$D_o$	Diâmetro externo da mola
$D_i$	Diâmetro interno da mola
$D_p$	Diâmetro do conjunto roda/pneu
$F_G$	Força reativa no pneu
$F_Y$	Força aplicada no baricentro
$F_{z,o}$	Força vertical aplicada na roda externa à curva
$F_{z,i}$	Força vertical aplicada na roda interna à curva
$F_m$	Força média
$F_a$	Força alternada
$F_{min}$	Força mínima
$F_{max}$	Força máxima
$G$	Módulo de rigidez
$K_r$	Rigidez do sistema de suspensão
$K_c$	Rigidez da mola
$K_p$	Rigidez lateral do pneu
$K_t$	Rigidez torcional do veículo
$L_p$	Largura do pneu
$L_e$	Curso de deflexão estática
$L_c$	Curso de compressão máxima
$L_{reg}$	Comprimento de regulagem para a mola
$L_{rig}$	Comprimento rígido da mola
$L_{tot}$	Comprimento entre o batente superior da mola e o meio da regulagem
$L_{liv}$	Comprimento livre da mola
$M$	Massa total do veículo
$M_s$	Massa suspensa do veículo
$M_n$	Massa não suspensa do veículo
$N_t$	Número total de espiras da mola
$N_a$	Número de espiras ativas da mola
$R$	Raio de curva constante
$S_{ut}$	Resistência à tração
$S_{us}$	Resistência ao cisalhamento
$S_{ys}$	Resistência ao escoamento sob torção
$S_{fw}$	Resistência à fadiga sob torção
$S_{es}$	Limite de resistência à fadiga

W	Massa da mola
a	Comprimento do conjunto mola/amortecedor em deflexão máxima
b	Comprimento da bandeja onde se apóia o conjunto mola/amortecedor
c	Comprimento entre a articulação da bandeja e a fixação inferior do conjunto
d	Diâmetro do fio da mola
e	Comprimento entre a articulação da bandeja e a fixação superior do conjunto
$f_d$	Fração da massa suspensa do veículo que carrega o eixo
$f_n$	Freqüência natural da mola
g	Aceleração da gravidade
$i_F$	Coeficiente de transferência de força
$i_K$	Coeficiente de transferência de rigidez e amortecimento
$i_V$	Coeficiente de transferência de velocidade
$k_s$	Fator de cisalhamento
$k_w$	Fator de Wahl
$n_s$	Fator de segurança estático
$n_{fs}$	Fator de segurança dinâmico
v	Velocidade do baricentro do veículo em curva
$y_A$	Abcissa do ponto A
$y_B$	Abcissa do ponto B
$y_C$	Abcissa do ponto C
$y_D$	Abcissa do ponto D
$z_A$	Ordenada do ponto A
$z_B$	Ordenada do ponto B
$z_C$	Ordenada do ponto C
$z_D$	Ordenada do ponto D
$z_O$	Ordenada do ponto O
$z_G$	Ordenada do baricentro
$z_{RC}$	Ordenada do centro de rolagem geométrico
$\delta_\alpha$	Varição do ângulo da bandeja onde se apóia o conjunto mola/amortecedor
$\beta$	Ângulo formado entre o comprimento “e” e a bandeja em deflexão máxima
$\gamma$	Ângulo formado entre o conjunto mola/amortecedor e a vertical
$\rho$	Densidade do material da mola
$\Delta B_{t,C}$	Varição máxima de bitola em compressão
$\Delta B_{t,E}$	Varição máxima de bitola em extensão
$\Delta C_{t,C}$	Varição máxima de cambagem em compressão
$\Delta C_{t,E}$	Varição máxima de cambagem em extensão
$\mu_G$	Coeficiente de atrito da interação pneu/solo
$\vartheta$	Inclinação da carroceria do veículo
$\zeta$	Taxa de amortecimento
$\tau_{max}$	Tensão de cisalhamento máxima
$\tau_n$	Tensão de cisalhamento alternada
$\tau_i$	Tensão de cisalhamento inicial
$\tau_m$	Tensão de cisalhamento média

## SUMÁRIO

1. Introdução .....	9
2. Objetivo .....	11
3. O veículo mini baja .....	11
3. A suspensão duplo “A” .....	13
4. Desenvolvimento .....	15
4.1. Informações .....	15
4.2. Geometria .....	16
4.3. Definição de rigidez e amortecimento .....	22
4.4. Velocidade máxima em curva .....	24
4.5. Posicionamento de mola e amortecedor .....	25
4.6. Mola e amortecedor .....	28
4.7. Constantes e considerações específicas .....	35
5. Exemplificação de Cálculo .....	38
5.1. Geometria .....	38
5.2. Definição de rigidez e amortecimento .....	41
5.3. Velocidade máxima em curva .....	42
5.4. Posicionamento de mola e amortecedor .....	43
5.5. Dimensionamento de Mola .....	48
6. Validação do conjunto de rotinas através do software Adams .....	50
6.1. Máximas variações de cambagem e bitola .....	50
6.2. Constante de rigidez .....	52
7. Conclusão .....	54
8. Referências .....	56
Anexo A – Conjunto de rotinas de dimensionamento (MatLab) .....	57

## 1. Introdução

Dentro da área de desenvolvimento de veículos automotores, muito se discute quanto à escolha do sistema de suspensão a ser utilizado em diferentes condições de aplicação. Mesmo dentro da literatura dedicada a este tema, a escolha do sistema de suspensão automotiva é controversa e recheada de parcialidade, observando-se ainda muitas vezes a falta de comparações claras, listando vantagens e desvantagens, dos diferentes tipos de sistemas.

Este trabalho apresenta um conjunto de rotinas de desenvolvimento de um sistema de suspensão largamente utilizado na indústria automobilística e que apresenta vantagens claras sobre os outros sistemas e algumas desvantagens relevantes apresentadas no decorrer do mesmo. Esse sistema de suspensão é chamado de duplo “A” (*“double-wishbone”*) e é utilizado em diversos tipos de veículos, incluindo a grande maioria dos veículos de competição ou alto desempenho e dos fora-de-estrada (*“off-road”*).

Por ser largamente utilizado em veículos fora-de-estrada, esse sistema de suspensão despertou o interesse da Equipe Poli de Mini Baja, grupo de alunos do curso de graduação da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo que, vinculado à Universidade de São Paulo, desenvolve um bólido fora-de-estrada para competições universitárias. E foi dentro desse grupo que o aluno Vinicius Augusto da Silva Costa, autor deste trabalho, entrou em contato com a área de desenvolvimento do sistema de suspensão do bólido e viu a necessidade, dado o alto grau de desenvolvimento atingido pela Equipe Poli de Mini Baja nessa área, de documentar e estender o conhecimento adquirido pela equipe nos seus quatro anos de existência formal.

A escolha pelo sistema de suspensão duplo “A” se deu devido às grandes vantagens apresentadas por esse tipo de suspensão em relação às outras em aplicações onde se exige alto desempenho, como a maior robustez, facilidade de regulagens e obtenção de propriedades geométricas, funcionamento mais homogêneo e maior possibilidade de acertos refinados.

O trabalho trata, em sua primeira parte, da obtenção dos parâmetros básicos do sistema de suspensão a partir de características identificadas e pré-determinadas. Os chamados parâmetros básicos são a geometria do sistema, a definição de suas constantes de rigidez e amortecimento, o posicionamento do conjunto mola/amortecedor, que fornece as propriedades de rigidez e amortecimento ao sistema, e o dimensionamento desse conjunto.

Esse conjunto de informações constitui o ponto de partida para a análise da iteração do sistema de suspensão desenvolvido com os outros subsistemas (direção, conjunto de rodas, freios, etc.) do veículo a ser criado, e também a viabilização física do sistema de suspensão obtido.

Em sua segunda parte, o trabalho apresenta uma análise do sistema de suspensão desenvolvido, através do software de simulação Adams. Esse processo tem como resultado a verificação virtual do atendimento às necessidades primárias por parte do sistema de suspensão obtido, comprovando assim, parcialmente, a efetividade do processo nesse trabalho descrito e apontando para possíveis melhoras no sistema de suspensão.

## **2. Objetivo**

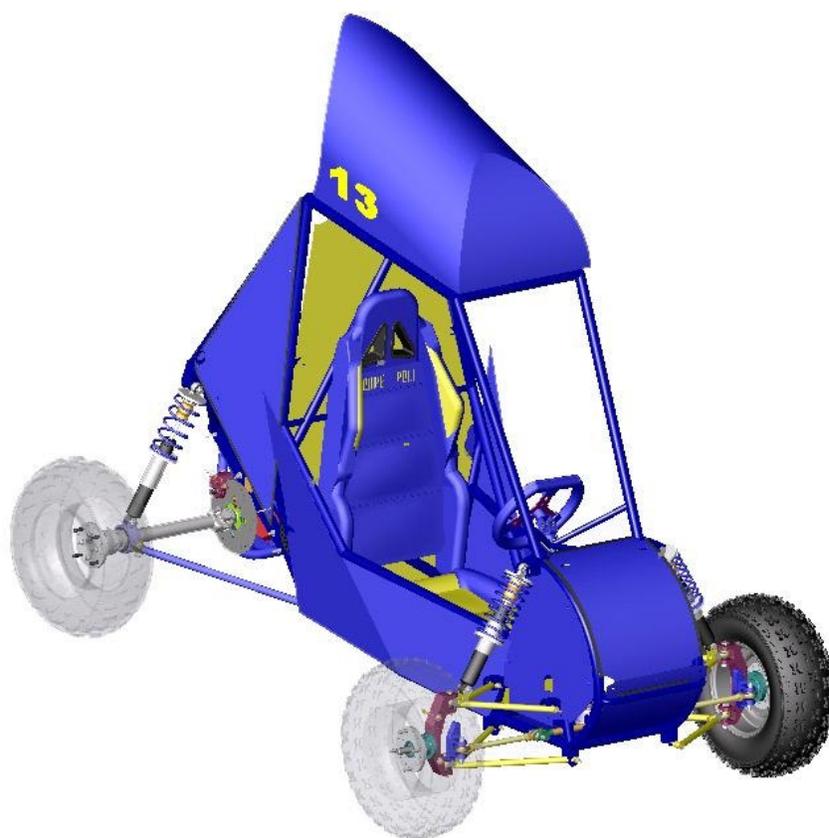
O trabalho visa à apresentação de um conjunto de rotinas de dimensionamento geométrico e calibração de componentes integrantes de uma suspensão tipo duplo A (“double-wishbone”), podendo ser utilizado em diversos tipos de aplicação. Como exemplo, é ilustrada a utilização do conjunto de rotinas no caso de um veículo “fora-de-estrada” do tipo Mini Baja.

## **3. O veículo mini baja**

O veículo mini baja é um carro de corrida fora-de-estrada monoposto projetado e construído em estrutura tubular pelos alunos integrantes da Equipe Poli de Mini Baja e apresenta as seguintes configurações:

- Estrutura tubular em aço-carbono;
- Tração traseira;
- Motor central de 10Hp;
- Transmissão CVT acoplada a caixa de redução por engrenagens;
- Suspensão duplo “A”;
- Direção por pinhão e cremalheira;
- Freio a disco nas quatro rodas com regulagem de distribuição.

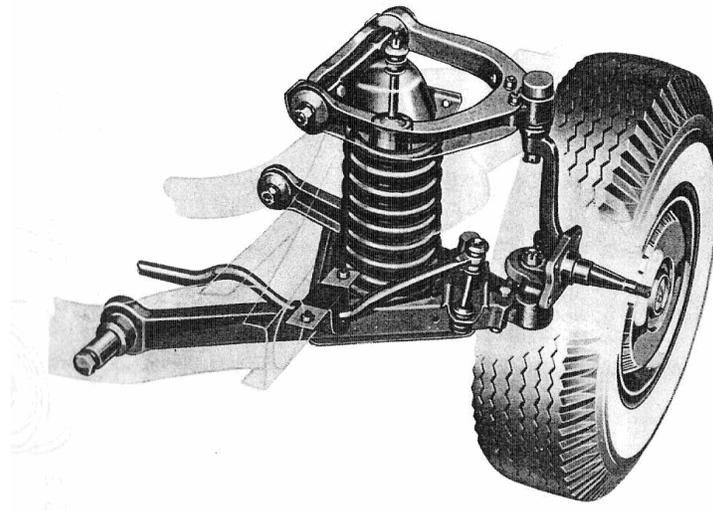
Por se tratar de um veículo de competição, características como massa reduzida e alto rendimento são imperativas, o que exige um nível cada vez mais alto de desenvolvimento contínuo em todos os sistemas constituintes do veículo. O modelo em CAD de um dos veículos da Equipe Poli ilustrando um sistema de suspensão tipo duplo “A” pode ser observada na Fig. (1).



**Figura 1: Veículo mini baja da Equipe Poli**

### 3. A suspensão duplo “A”

A suspensão comumente chamada no Brasil por duplo “A”, ou “*double-wishbone*” internacionalmente, é o tipo mais utilizado no sistema dianteiro dos carros produzidos logo após a II Guerra Mundial e constitui-se de dois braços, um superior e outro inferior, que servem como meio de ligação entre a estrutura do veículo e suas rodas, como é ilustrado na Fig. (2).



**Figura 2: Exemplo de sistema de suspensão duplo "A"**

Na atualidade, é encontrada principalmente em carros de alto desempenho, por possibilitar um fino ajuste de características importantes como variação de cambagem e bitola e também por se mostrar um sistema robusto, apresentando mais elementos em sua constituição em relação a outros sistemas mais enxutos.

As demais vantagens do sistema duplo “A” em relação a outros sistemas de suspensão são apresentadas a seguir:

- Curso útil alongado;
- Pequena variação de Cambagem e Bitola ao longo do curso de trabalho;
- Possibilidade de configuração sobreesterçante ou subesterçante;
- Cargas fletoras reduzidas nos elementos de ligação e braços;

- Transferência de carga em curvas otimizada;
- Cargas transferidas do solo à estrutura e ao piloto reduzidas;
- Elementos robustos e resistentes.

A principal desvantagem do sistema duplo “A” é a redundância de elementos de ligação, o que lhe confere robustez, porém lhe acrescenta em massa global, fator extremamente relevante dada a aplicação estudada neste trabalho. Outra desvantagem a ser citada é a necessidade de um dimensionamento criterioso para o correto funcionamento do sistema, pois como há diversos elementos, é grande a possibilidade de não funcionamento ou de um funcionamento precário se não se atentar para o correto dimensionamento.

## 4. Desenvolvimento

Nesta seção inicia-se o dimensionamento do sistema de suspensão e, dada a aplicação competitiva a que se propõe esse trabalho, os objetivos buscados são citados e explicados no início de cada etapa de desenvolvimento.

### 4.1. Informações

Ao iniciar-se o desenvolvimento de um dado sistema de suspensão, é necessário primeiramente identificar-se quais são os dados de entrada, ou seja, quais serão as grandezas que servirão como base no decorrer do desenvolvimento. No caso da rotina a ser desenvolvida por este trabalho, os dados de entrada para o seu dimensionamento são listados na Tab. (1) a seguir.

Símbolo	Descrição
M	Massa total do veículo
$M_s$	Massa suspensa do veículo
$B_t$	Bitola
$D_p$	Diâmetro do conjunto roda+pneu
$L_p$	Largura do pneu
$L_e$	Curso máximo de extensão
$L_c$	Curso máximo de compressão
$f_d$	Fator de distribuição de massa (dianteiro/traseiro)
$\zeta$	Taxa de amortecimento
$\Delta B_t$	Varição máxima de bitola
$\Delta C_t$	Varição máxima de cambagem

**Tabela 1: Dados de entrada**

Já os dados de saída, ou respostas do dimensionamento do sistema de suspensão são listados na Tab. (2) a seguir.

Símbolo	Descrição
A	Ponto braço superior estrutura
B	Ponto braço superior manga de eixo
C	Ponto braço inferior estrutura
D	Ponto braço inferior manga de eixo
$K_r$	Rigidez na roda
$C_r$	Amortecimento na roda
$K_c$	Curva de rigidez na mola
$C_c$	Curva de amortecimento no amortecedor
$v_{max}$	Velocidade máxima em curva

**Tabela 2: Dados de saída**

#### 4.2. Geometria

Nessa etapa do desenvolvimento visa-se à determinação da geometria do sistema de suspensão, ou seja, dos pontos de início e fim dos braços de suspensão que farão a ligação entre a estrutura e o conjunto de roda.

Para tanto, é utilizado o modelo de um quarto de carro, que será espelhado para o lado oposto de modo a obter-se o sistema de suspensão equivalente a um eixo do veículo (dianteiro ou traseiro).

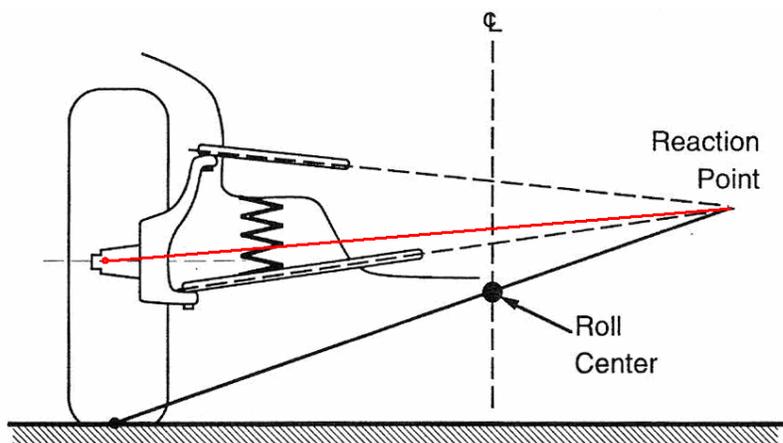
Os pontos do sistema de suspensão devem ser tais que possibilitem a utilização do curso útil de suspensão pré-determinado em projeto e também que satisfaça as restrições de características geométricas desejadas. As características geométricas presentes nas restrições são a variação de cambagem e a variação de bitola ao longo do curso útil do sistema de suspensão.

A variação de cambagem deve ser menor que a informada como dado de entrada no início do desenvolvimento, assim como a variação de bitola, a fim de garantir um funcionamento homogêneo e sem grandes variações de condição em todo o curso útil do sistema de suspensão, tornando assim o veículo mais previsível e sem variações bruscas de comportamento.

A característica a ser minimizada nessa etapa a fim de se obter a melhor geometria possível para o sistema é a altura do centro de rolagem geométrica, ponto este em torno do qual todo o sistema de suspensão gira, quando em condição de trabalho.

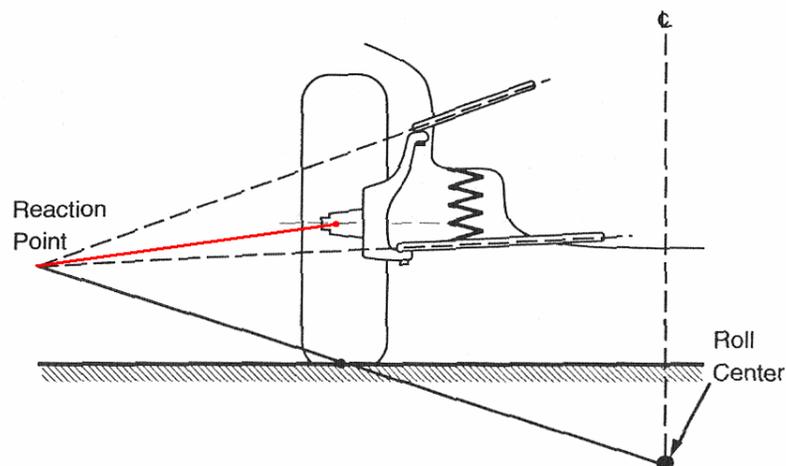
O centro de rolagem geométrica pode ser encontrado em suspensões do tipo duplo "A" interseccionando-se a reta formada pelo ponto médio de contato do pneu com o solo e o ponto em comum do prolongamento das retas formadas pelos braços de suspensão, e a linha de centro vertical do veículo.

Essa maneira de obter o centro de rolagem geométrico do sistema de suspensão é ilustrada a seguir na Fig. (3), para o caso do sistema chamado duplo "A" positivo, na Fig. (4), para o caso do duplo "A" negativo, na Fig. (5) para o caso do duplo "A" paralelo horizontal e na Fig. (6) para o caso do duplo "A" paralelo inclinado.



**Figura 3: Configuração de suspensão duplo "A" positiva**

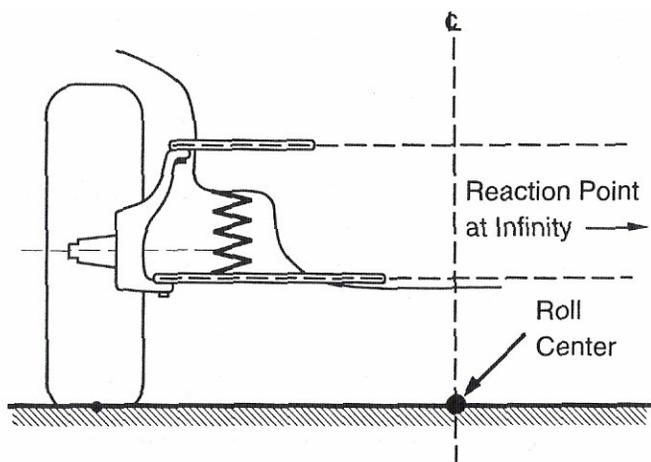
Na Fig. (3) é ilustrada uma configuração que apresenta característica sobreesterçante quando utilizada na suspensão dianteira do veículo.



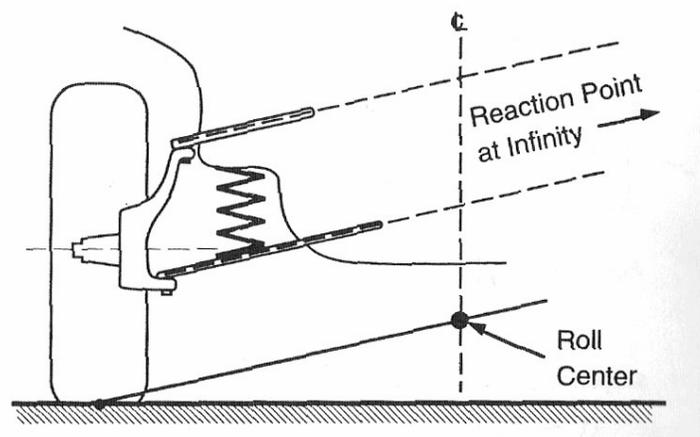
**Figura 4: Configuração de suspensão duplo "A" negativa**

Na Fig. (4) é ilustrada uma configuração que apresenta característica subbaterçante quando utilizada na suspensão dianteira do veículo.

O segmento de reta em vermelho que liga o ponto de encontro das retas formadas pelas bandejas e o centro de rolagem do conjunto roda/pneu equivale a um sistema "swing arm" instantâneo equivalente ao sistema duplo "A" exposto e está relacionado com a variação de cambagem do sistema. Essa relação é inversamente proporcional, ou seja, quanto maior esse segmento de reta, menor é a variação de cambagem no sistema.



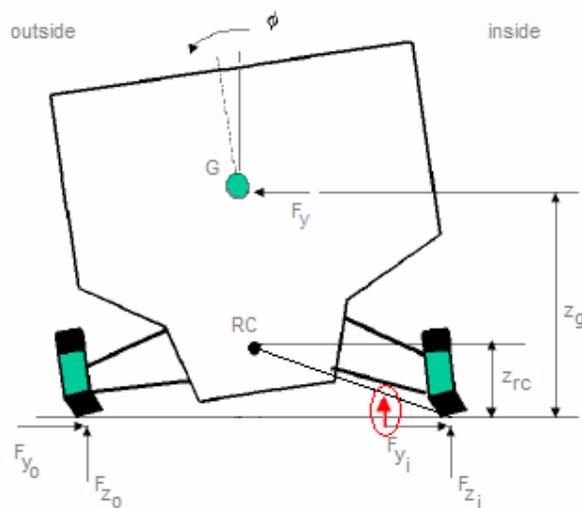
**Figura 5: Configuração de suspensão duplo "A" com braços horizontais paralelos**



**Figura 6: Configuração de suspensão duplo "A" com braços inclinados paralelos**

A metodologia de cálculo utilizada para obter-se o centro de rolagem geométrico contempla todas as possibilidades ilustradas acima.

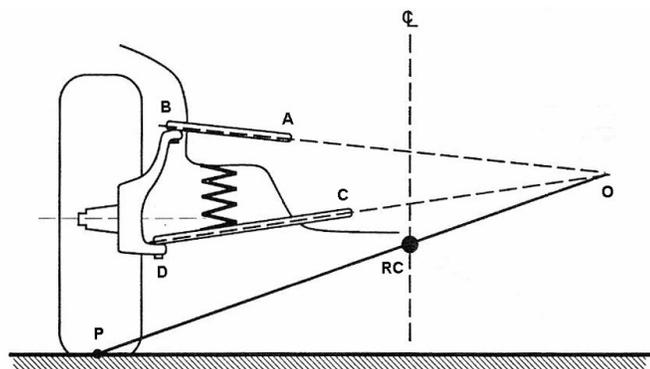
A razão pela qual a melhor geometria deve apresentar a menor altura do centro de rolagem geométrico pode ser ilustrada na Fig. (7) que mostra a decomposição da força lateral de reação do pneu causada pela entrada do veículo em curva.



**Figura 7: Ilustração do efeito "jacking"**

Como se pode observar, quanto mais alto o centro de rolagem geométrica, maior é a componente da força lateral que auxilia na elevação da roda interna, o que ajuda no tombamento do veículo. Esse efeito é chamado de “jacking”. Quanto mais baixo o centro de rolagem geométrica, menor essa componente e melhor o contato do pneu com o solo. Pode-se inclusive chegar a uma condição em que essa componente da força lateral auxilie no contato do pneu com o solo, a qual corresponde a um centro de rolagem geométrico abaixo do solo.

Sendo assim, a Fig. (8) apresenta a nomenclatura básica a ser utilizada na modelagem a seguir.



**Figura 8: Modelo para dimensionamento de geometria**

A função a ser minimizada é a que descreve a altura do centro de rolagem geométrica, ilustrada pela Eq. (1):

$$z_{RC} = z_O \left( 1 + \frac{y_O}{y_P - y_O} \right) \quad (1)$$

onde

$$z_O = \frac{y_C - y_A + \frac{z_A}{\delta_a} - \frac{z_C}{\delta_b}}{\frac{1}{\delta_a} - \frac{1}{\delta_b}} \quad (2)$$

$$y_O = \frac{z_C - z_A + \delta_a y_A - \delta_b y_C}{\delta_a - \delta_b} \quad (3)$$

$$\delta_a = \frac{z_B - z_A}{y_B - y_A} \quad (4)$$

$$\delta_b = \frac{z_D - z_C}{y_D - y_C} \quad (5)$$

$$y_P = \frac{y_B + y_D}{2} + \frac{L_P}{2} = \frac{B_t}{2} \quad (6)$$

$$z_P = \frac{z_B + z_D}{2} - \frac{D_P}{2} = 0 \quad (7)$$

com restrições quanto à variação de Cambagem:

$$\Delta C_{b,C} \geq \arctan\left(\frac{y_{D'} - y_{B'}}{z_{D'} - z_{B'}}\right) - \arctan\left(\frac{y_D - y_B}{z_D - z_B}\right) \quad (8)$$

$$\text{onde } z_{B'} = z_B + L_C \quad (9)$$

$$\Delta C_{b,E} \geq \arctan\left(\frac{y_{D''} - y_{B''}}{z_{D''} - z_{B''}}\right) - \arctan\left(\frac{y_D - y_B}{z_D - z_B}\right) \quad (10)$$

$$\text{onde } z_{B''} = z_B - L_E \quad (11)$$

à variação de Bitola:

$$\Delta B_{t,C} \geq \frac{1}{2}(y_{B'} + y_{D'} - y_B - y_D) + \frac{L_P}{2}(1 - \cos \Delta C_{b,C}) - \frac{D_P}{2} \sin \Delta C_{b,C} \quad (12)$$

$$\Delta B_{t,E} \geq \frac{1}{2}(y_{B''} + y_{D''} - y_B - y_D) + \frac{L_P}{2}(1 - \cos \Delta C_{b,E}) - \frac{D_P}{2} \sin \Delta C_{b,E} \quad (13)$$

à conservação do tamanho das bandejas e da manga de eixo em deflexão estática, compressão e extensão:

$$\sqrt{(y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2} = \sqrt{(y_{B'} - y_A)^2 + (z_{B'} - z_A)^2} = \sqrt{(y_{B''} - y_A)^2 + (z_{B''} - z_A)^2} \quad (14)$$

$$\sqrt{(y_D - y_C)^2 + (z_D - z_C)^2} = \sqrt{(y_{D'} - y_C)^2 + (z_{D'} - z_C)^2} = \sqrt{(y_{D''} - y_C)^2 + (z_{D''} - z_C)^2} \quad (15)$$

$$\sqrt{(y_B - y_D)^2 + (z_B - z_D)^2} = \sqrt{(y_{B'} - y_{D'})^2 + (z_{B'} - z_{D'})^2} = \sqrt{(y_{B''} - y_{D''})^2 + (z_{B''} - z_{D''})^2} \quad (16)$$

e também ao fato de a extremidade da bandeja superior não poder, na deflexão estática, estar mais externa ao veículo que a extremidade da bandeja inferior, o que poderia acarretar sérios problemas no sistema de direção.

$$y_B < y_D \quad (17)$$

Com a utilização da rotina de otimização `fmincon`, que se baseia no algoritmo de programação seqüencial quadrática (SQP) utilizando multiplicadores de Lagrange, do software Matlab para solução do problema descrito, pode-se chegar aos pontos A, B, C, D, B', D', B'' e D'' que atendam às restrições e apresentem a altura do centro de rolagem geométrica mínima.

A discretização do curso útil de suspensão é feita através do incremento do curso de compressão e do decremento do curso de extensão da ordenada do ponto B do modelo apresentado pela Fig. (8), como pode ser verificado nas Eq. (9) e Eq. (11). Essa aproximação é válida por apresentar uma variação entre a obtenção do curso por meio do ponto de contato do pneu com o solo muito pequena, e necessária para a viabilidade da discretização do problema e utilização da rotina de otimização.

#### 4.3. Definição de rigidez e amortecimento

Essa etapa do desenvolvimento visa à obtenção das constantes de rigidez e amortecimento necessários nos pontos de contato dos pneus com o solo, a fim de dotar o veículo da capacidade de amenizar os carregamentos transferidos ao piloto advindos de irregularidades no solo e manter o contato dos pneus do veículo com o mesmo pelo maior tempo possível, garantindo assim a dirigibilidade.

Na definição dessas constantes é utilizado o modelo de um quarto de carro apresentado em [1] e, portanto, devem-se utilizar informações como massa, forças e

taxa de amortecimento, correspondentes ao quarto de carro tratado admitindo-se que os dois quartos de um mesmo eixo (dianteiro ou traseiro) são equivalentes.

Para a definição da rigidez, deve-se levar em consideração a necessidade da existência do curso de extensão pré-definido no item 4.1 deste trabalho. Deste modo, a rigidez deve ser linearmente obtida através da divisão da fração da força exercida pela massa suspensa do veículo sobre o quarto de carro, pela deflexão correspondente ao valor do curso de extensão, como ilustrado na Eq. (18).

$$K_r = \frac{M_s f_d g}{2L_E} \quad (18)$$

A Eq. (19) apresenta a definição da constante de amortecimento como sendo uma fração do amortecimento crítico do sistema, levando-se em consideração o valor da constante de rigidez obtido pela Eq. (18).

$$C_r = 2\zeta \sqrt{K_r \left( \frac{M_s f_d g}{2} \right)} \quad (19)$$

Valores recomendados para o coeficiente  $\zeta$ , que exprime a fração do amortecimento crítico são citados mais adiante neste trabalho.

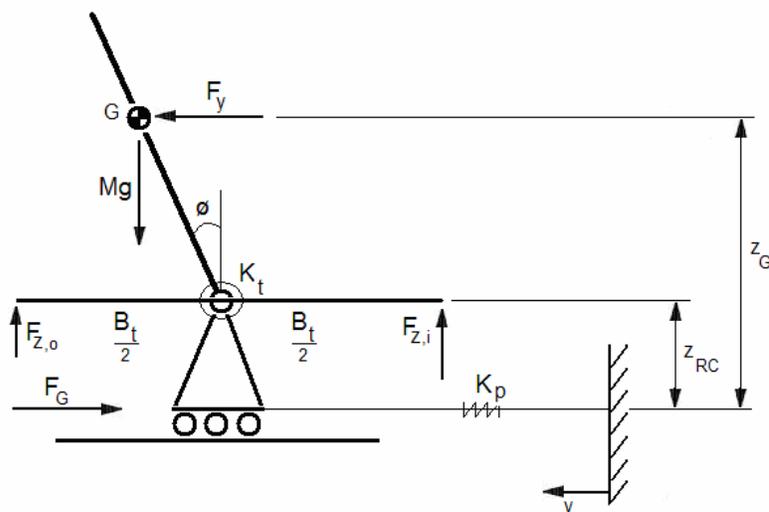
Já a frequência natural do sistema de suspensão é expressa pela Eq. (20) e, visando a um maior conforto do piloto, deveria se aproximar do valor de 1Hz, frequência na qual o ser humano admite maiores amplitudes de movimento. Porém em [6] é citado como valor aceitável para carros de competição algo em torno de 2Hz.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \cdot K_r}{M_s f_d}} \quad (20)$$

#### 4.4. Velocidade máxima em curva

A análise a ser feita nessa etapa do desenvolvimento do sistema de suspensão consiste na averiguação da máxima velocidade possível que o veículo com as características obtidas nas seções 4.2 e 4.3 executa uma curva de raio constante  $R$ , sem tombar ou perder aderência lateral.

Para determinar as funções constituintes dessa análise, é utilizada a nomenclatura e o modelo ilustrados na Fig. (9).



**Figura 9: Modelo utilizado para transferência de carga**

Esse modelo constitui uma simplificação do que ocorre na realidade, porém se mostra um modelo descritivo, à medida que analisa tanto a rolagem da massa suspensa do veículo quanto à variação do seu centro de rolagem lateralmente devido à flexão dos pneus causada pelas forças laterais.

No cálculo da velocidade máxima admite-se que, no limite, a força normal presente na roda interna se anula, ou seja,  $F_{y,i} = 0$ , o que se mostra uma hipótese razoável à medida que, na iminência de tombar, a roda interna perde contato com o solo.

A partir do modelo utilizado temos:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_G + K_p \Delta y - F_Y = 0 \Rightarrow F_G = F_Y - K_p \Delta y \quad (21)$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_{z,o} + F_{z,i} - Mg = 0 \Rightarrow Mg = F_{z,o} + F_{z,i} \Rightarrow F_{z,o} = Mg \quad (22)$$

$$F_G = (F_{z,i} + F_{z,o}) \mu_G \Rightarrow F_G = F_{z,o} \cdot \mu_G \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{RC} = 0 &\Rightarrow F_Y(z_G - z_{RC}) + Mg(z_G - z_{RC}) \operatorname{tg} \phi - K_t \phi - \frac{F_{z,o} B_t}{2} + \frac{F_{z,i} B_t}{2} + F_G z_{RC} + K_p \Delta y \cdot z_{RC} = 0 \\ &\Rightarrow F_Y z_G + Mg(z_G - z_{RC}) \operatorname{tg} \phi - K_t \phi - Mg \frac{B_t}{2} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

onde

$$F_Y = \frac{Mv^2}{R} \quad (25)$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{2Mg}{K_r B_t}\right) \quad (26)$$

$$K_t = 2K_r B_t^2 \quad (27)$$

Dessa forma, utilizando-se as funções descritas acima e admitindo um valor determinado de R, pode-se conhecer a máxima velocidade em que o veículo é capaz de contornar essa curva com velocidade constante.

Essa análise é útil na comparação entre possíveis sistemas de suspensão equivalentes, de modo a servir como critério de decisão.

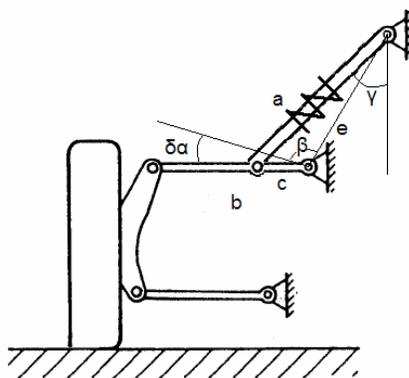
#### 4.5. Posicionamento de mola e amortecedor

Essa etapa constitui-se na identificação das funções de transferência que levam as propriedades de rigidez e amortecimento calculadas nas rodas às semelhantes propriedades no conjunto mola/amortecedor, ou seja, para apresentar características de rigidez e amortecimento condizentes com o que foi calculado, deve-se munir o conjunto mola/amortecedor com as propriedades proporcionais às funções de transferência identificadas nessa etapa.

Em muitas literaturas referentes a esse assunto, incluindo [8], a relação entre as propriedades na roda do veículo e no conjunto mola/amortecedor é simplificada igual à relação de um braço de alavanca para as forças e inversamente proporcional ao quadrado da relação entre distâncias para a rigidez e o amortecimento.

Essa simplificação é válida para pequenos deslocamentos, porém, na aplicação que trata esse trabalho, essa hipótese não é válida, o que mostra a necessidade de se identificar qual é a real relação entre as propriedades exigidas na roda e as necessárias no conjunto mola/amortecedor em todo o curso de trabalho do sistema de suspensão.

Para tanto, a Fig. (10) apresenta o modelo a ser utilizado e se faz necessário o fornecimento de parâmetros como o comprimento entre o ponto de junção da bandeja à estrutura e o ponto de fixação do conjunto mola/amortecedor na bandeja, o comprimento livre do conjunto mola/amortecedor e a altura do ponto de fixação do conjunto à estrutura para dar início à análise.



**Figura 10: Modelo utilizado para estudo de posicionamento mola/amortecedor**

O coeficiente que relaciona a transferência da força vertical aplicada na roda para o conjunto mola/amortecedor ao longo do curso de suspensão é dado pela Eq. (28) a seguir.

$$i_F = \frac{\Delta F_c}{\Delta F_r} = \frac{b}{c \cdot \cos(\gamma + \delta_\gamma)} \quad (28)$$

onde

$$\delta_\gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + e^2 + c^2 - 2ec \cdot \cos(\beta - \delta_\alpha) - 2c^2(1 - \cos \delta_\alpha)}{2a\sqrt{e^2 + c^2 - 2ec \cdot \cos(\beta - \delta_\alpha)}}\right) \quad (29)$$

Nessas equações devem ser fornecidas as propriedades geométricas do sistema de suspensão na condição de extensão máxima, de modo a iniciar-se a análise desse ponto e cobrir todo o curso de suspensão.

O coeficiente de transferência das propriedades de rigidez e amortecimento da roda para o conjunto mola/amortecedor ao longo do curso de suspensão é expresso pela Eq. (30) a seguir.

$$i_K = i_C = \frac{K_c}{K_r} = \frac{C_c}{C_r} = \frac{b\sqrt{2b^2(1 - \cos \delta_\alpha)}}{c \cdot \cos(\gamma + \delta_\gamma)(a - \delta_a)} \quad (30)$$

onde

$$\delta_a = \sqrt{e^2 + c^2 - 2ec \cdot \cos(\beta - \delta_\alpha)} \quad (31)$$

De posse desse coeficiente de transferência de rigidez e amortecimento, podem-se definir as curvas de rigidez (força x deslocamento) e amortecimento (força x velocidade) do conjunto mola/amortecedor através de um processo de integração numérica.

Para a definição da curva de rigidez, utilizam-se os valores fornecidos pela Eq. (32) em função de  $\delta_a$ .

$$F_c = i_K(\delta_\alpha) \cdot K_r \cdot \delta_a(\delta_\alpha) \quad (32)$$

Para a definição da curva de amortecimento, utilizam-se os valores fornecidos pela Eq. (33) em função de  $i_v$ , atribuindo-se valores de primeiramente 0,5 m/s e posteriormente 1 m/s de velocidade na roda para obter a curva com amplitude

padrão utilizada na calibração de amortecedores na indústria (curva com amplitude de 0 a 1 m/s).

$$F_c = i_c(\delta_\alpha) \cdot C_r \cdot i_v(\delta_\alpha) \quad (33)$$

onde

$$i_v = \frac{\delta_\alpha}{2b^2(1 - \cos \delta_\alpha)} \cdot (0,5 \text{ e } 1 \text{ m/s}) \quad (34)$$

Análises já realizadas em sistemas de suspensão utilizados em carros da Equipe Poli de Mini Baja dão conta de variações de até 15% nos valores das propriedades de rigidez e amortecimento em relação ao modelo simplificado ao longo do seu curso útil.

Para a aplicação a que se propõe esse trabalho, uma variação dessa ordem de grandeza pode não influir significativamente, porém em outras situações onde se necessita de um atendimento mais rigoroso às propriedades ao longo do curso de trabalho da suspensão, essa pode ser a diferença entre a vitória e o segundo lugar.

#### 4.6. Mola e amortecedor

Essa etapa do desenvolvimento tem por objetivo a definição das características geométricas dos elementos que fornecem a rigidez e o amortecimento ao sistema de suspensão obtido nas seções anteriores.

Para a mola, a rotina de desenvolvimento é a mesma encontrada em [3], porém modificada de modo a possibilitar a obtenção de molas helicoidais que apresentem regulagem a partir de pré-compressão ou extensão proveniente da movimentação de batentes fixados ao corpo do amortecedor.

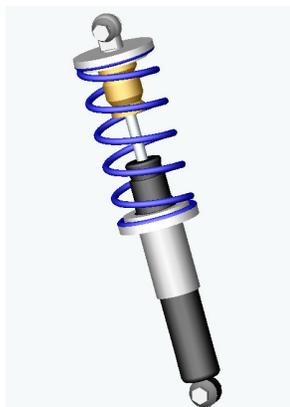
Essa regulagem se mostra extremamente útil, pois possibilita acertos para diferentes tipos de teste e também a correção de pequenos erros de fabricação ou projeto. Isso se dá devido ao fato de, através da regulagem, poder-se alterar a altura

livre do solo e com isso, alterar o ponto da curva de rigidez onde se inicia o curso de compressão.

É válido lembrar que, devido à existência dessa regulagem e da pré-compressão de metade de seu curso para posicionar o sistema de suspensão no estado de deflexão estática, o valor de rigidez da mola, apresentado como dado de saída no dimensionamento, não é exatamente igual ao valor médio obtido no item 4.5, mas reflete o valor necessário para fornecer o curso de extensão pré-determinado.

No caso do amortecedor, devido à sua alta complexidade produtiva, recomenda-se a busca de fornecedores capazes de implementar as curvas de amortecimento obtidas na seção anterior em conjuntos de amortecedores já produzidos em larga escala e que apresentem um curso compatível com o requerido pelo sistema obtido.

A Fig. (11) ilustra o projeto em CAD do conjunto mola/amortecedor utilizado no bólido da Equipe Poli de Mini Baja em 2005 como exemplo de um dispositivo viável e que atendeu às requisições do projeto.



**Figura 11: Desenho em CAD de conjunto mola/amortecedor**

Infelizmente, no momento em que foi desenvolvido esse trabalho, a Equipe Poli de Mini Baja não dispunha de fornecedores de mola capazes de confeccionar dispositivos que apresentassem, com confiabilidade, as curvas obtidas em projeto pelo fato de serem não lineares, o que forçou o aluno Vinicius Costa a optar pela utilização de molas lineares, porém com um dimensionamento próprio e otimizado, a fim de atingir uma curva linear próxima àquela definida no projeto, garantindo a menor massa possível e o funcionamento adequado durante sua utilização.

A rotina de dimensionamento é descrita a seguir e se inicia pela seleção do material constituinte do dispositivo, fornecendo as características abaixo.

$$S_{ut} = A \cdot d^b \quad (35)$$

$$S_{us} = 0.67S_{ut} \quad (36)$$

$$S_{ys} = 0.5S_{ut} \quad (37)$$

$$S_{fw} = 0.4S_{ut} \quad (38)$$

$$S_{es} = \frac{0.5S_{fw} \cdot S_{us}}{S_{us} - 0.5S_{fw}} \quad (39)$$

onde os coeficientes A e b são fornecidos pela Tab. (3) a seguir para cada material.

Nº ASTM	Material	Intervalo		Expoente b	Coeficiente A		Fator de correlação
		mm	in		MPa	psi	
A227	Repuxado a frio	0,5-16	0,020-0,625	-0,182 2	1753,3	141040	0,998
A228	Fio musical	0,3-6	0,010-0,250	-0,162 5	2153,5	184649	0,9997
A229	Revenido em óleo	0,5-16	0,020-0,625	-0,183 3	1831,2	146780	0,999
A232	Cromo-v	0,5-12	0,020-0,500	-0,145 3	1909,9	173128	0,998
A401	Cromo-s	0,8-11	0,031-0,437	-0,093 4	2059,2	220779	0,991

**Tabela 3: Tabela com os coeficientes A e b de acordo com o material**

Após selecionar o diâmetro do fio a ser usado, determinam-se os diâmetros característicos da mola, atentando-se para a necessidade de o diâmetro interno ser maior que o diâmetro do corpo do amortecedor em pelo menos 10 mm:

$$D = C \cdot d \quad (40)$$

$$D_o = D + d \quad (41)$$

$$D_i = D - d \quad (42)$$

Através de parâmetros pré-determinados pode-se, nessa etapa, determinar a rigidez constante da mola, calculada através da força transmitida à mesma que deve causar uma deformação equivalente ao curso de deflexão estática correspondente, mais metade do comprimento de regulagem e um delta de 5 mm necessário para garantir as características calculadas em regime

$$K_c = \frac{i_F M_s f_d g}{2(L_{e,c} + 0.5L_{reg} + 5)} \quad (43)$$

e também o número de espiras necessário para se obter essa rigidez, considerando as extremidades da mola esquadrejadas e esmerilhadas.

$$N_t = N_a + 2 = \frac{d^4 \cdot G}{8D^3 \cdot K_c} + 2 \quad (44)$$

Determinado o número de espiras, pode-se determinar também o comprimento rígido da mola, ou seja, o comprimento que a mola teria ao ser comprimida ao ponto de unir todas as espiras.

$$L_{rig} = d \cdot N_t \quad (45)$$

Pode-se também determinar o comprimento livre da mola através de:

$$L_{liv} = L_{tot} \cdot 0.5L_{reg} + 5 \quad (46)$$

e sua respectiva massa e frequência natural, atentando-se para que esta não coincida com a frequência natural do sistema de suspensão (problema de ressonância) e aquela seja a menor possível.

$$W = \frac{\pi^2 d^2 D \cdot N_i \rho}{4} \quad (47)$$

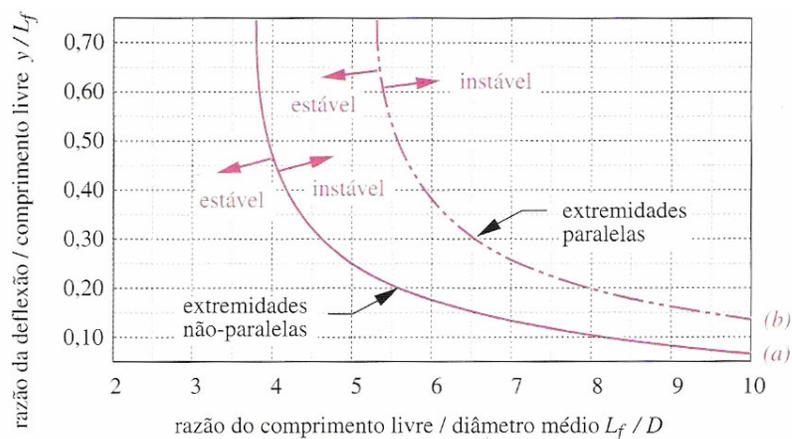
$$f_n = 0.5 \sqrt{\frac{K_c g}{W}} \quad (48)$$

Deve-se também verificar a possível ocorrência de flambagem na mola calculada, que é feita através da introdução dos parâmetros

$$\frac{L_{liv}}{D} \quad (49)$$

$$\frac{L_{c,c} + L_{e,c}}{L_{liv}} \quad (50)$$

no gráfico da Fig. (12), verificando se essas características posicionam a mola na região estável, admitindo extremidades de apoio não paralelas, pelo fato de não existir a garantia de os batentes em que a mola se apóia serem paralelos entre si.



**Figura 12: Gráfico descritivo de condição de trabalho da mola**

Após a determinação de todas essas características geométricas, pode-se verificar a integridade da mola calculada quanto ao carregamento estático, obtendo a máxima força de atuação na mesma:

$$F_{\max} = K_c (L_{e,c} + L_{c,c} + 0.5L_{reg} + 5) \quad (51)$$

o fator de cisalhamento:

$$k_s = 1 + \frac{0.5}{C} \quad (52)$$

e finalmente o coeficiente de segurança, que deve apresentar um valor maior que a unidade:

$$n_s = \frac{S_{ys}}{\tau_{\max}} = \frac{S_{ys}}{k_s \frac{8F_{\max}D}{\pi d^3}} \quad (53)$$

Analisada a integridade da mola quanto à carga estática, pode-se analisá-la também quanto ao carregamento dinâmico, iniciando-se pelo cálculo das forças envolvidas no carregamento, admitindo-se que a força máxima representa a força equivalente à metade do curso de compressão, e a força mínima à metade do curso de extensão.

$$F_{\max} = K_c (0.5L_{c,c} + L_{e,c} + 0.5L_{reg} + 5) \quad (54)$$

$$F_{\min} = K_c (0.5L_{e,c} + 0.5L_{reg} + 5) \quad (55)$$

Obtendo-se então

$$F_a = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{2} \quad (56)$$

$$F_m = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \quad (57)$$

Calcula-se também o fator de Wahl

$$k_w = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} \quad (58)$$

e depois se calcula as tensões internas à mola.

$$\tau_a = k_w \frac{8F_a D}{\pi d^3} \quad (59)$$

$$\tau_i = k_s \frac{8F_{\min} D}{\pi d^3} \quad (60)$$

$$\tau_m = k_s \frac{8F_m D}{\pi d^3} \quad (61)$$

Calculadas as tensões, pode-se então calcular o coeficiente de segurança à fadiga, que mais uma vez deve apresentar um valor maior que a unidade.

$$n_{fs} = \frac{S_{es}(S_{us} - \tau_i)}{S_{es}(\tau_m - \tau_i) + S_{us} \cdot \tau_a} \quad (62)$$

Na busca pela simplificação do dimensionamento descrito acima, o aluno Vinicius Costa criou uma planilha eletrônica de modo a obter, em tempo real, o resultado das modificações realizadas nas propriedades de entrada desse cálculo. Essa planilha pode ser visualizada na Fig. (13).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Planilha para Dimensionamento de Mola para o Mini Baja</b>									
2										
4	Propriedades do Material		Entradas da Mola		Especificação da Mola		Carregamento Estático		Carregamento Cíclico	
6	Material	A228 f (Hz)	47.00	k (N/mm)	6.10	Fmax (N)	1.190.35	Fmax (N)	961.43	
7	A	2.153.50 w (rad/s)	295.31	D (mm)	84.00	Ks	1.04	Fmin (N)	518.87	
8	b	-0.16 N (h)	10.00	Do (mm)	91.00	Tmax (MPa)	773.26	Vida (ciclos)	1.69E+06	
9	d (mm)	7.00 Fest (N)	702.00	Di (mm)	77.00	Ns	1.01	Fa (N)	221.28	
10	Sut (MPa)	1.569.70	Rebound (mm)	60.00	Na	6.7		Fm (N)	740.15	
11	Sus (MPa)	1.051.70	Bump (mm)	75.00	Nt	8.7		Ks	1.04	
12	Sys (MPa)	784.85	C	12.0	Ls (mm)	60.92		Kw	1.12	
13	Sfw (MPa)	627.88	Ltot (mm)	270.00	Lf (mm)	330.00		Ti (MPa)	337.06	
14	Ses (MPa)	447.53	Lreg (mm)	100.00	Wt (g)	689.37		Tm (MPa)	480.81	
15	G (MPa)	80.800.00			fn (Hz)	0.15		Ta (MPa)	154.48	
16								Nfs	1.41	
17					Lf/D	3.93				
18					y/Lf	0.41				

Figura 13: Planilha de dimensionamento de mola

Na planilha ilustrada pela Fig. (13), as células em verde são os dados de entrada para o dimensionamento e em azul estão os dados de saída. Para a obtenção do elemento mola deve-se atentar para a correta introdução do valor de força exercida sobre o conjunto mola/amortecedor em condição de deflexão estática,  $F_{est}$ , expressa na Eq. (63) a seguir.

$$F_{est} = \frac{M_s f_d g}{2} \cdot i_F (\delta_{\gamma, est}) \quad (63)$$

Todos os outros dados de entrada têm a mesma nomenclatura utilizada no dimensionamento descrito anteriormente e, em cada célula correspondente, existe um comentário explicando cada grandeza.

Nessa planilha ainda pode-se utilizar a ferramenta de otimização “Solver” do Microsoft Excel, de modo a minimizar a massa da mola calculada, atendendo-se às restrições contidas no dimensionamento.

#### 4.7. Constantes e considerações específicas

Durante o dimensionamento do sistema de suspensão, muitas foram as constantes inseridas no decorrer do cálculo. Essa etapa do desenvolvimento tem por objetivo a definição dessas constantes e também a elucidação das considerações adotadas no transcorrer desse trabalho.

Quanto às restrições ilustradas na definição da geometria do sistema de suspensão, devem ser definidos os valores máximos de variação de Bitola ( $\Delta B_t$ ) e Cambagem ( $\Delta C_t$ ) tanto no curso máximo de compressão, quanto no de extensão. A experiência adquirida pela Equipe Poli de Mini Baja mostra que bons valores para essas grandezas são apresentadas pelas Eq. (64), Eq. (65), Eq. (66) e Eq. (67).

$$\Delta C_{b,C} = [-5^\circ; +5^\circ] \quad (64)$$

$$\Delta C_{b,E} = [-5^\circ; +5^\circ] \quad (65)$$

$$\Delta B_{t,C} = [-30; +30]mm \quad (66)$$

$$\Delta B_{t,E} = [-50; +50]mm \quad (67)$$

Outros valores a serem definidos no dimensionamento geométrico são os cursos de compressão ( $L_{C,r}$ ) e extensão ( $L_{E,r}$ ) máximos. Mais uma vez, a experiência adquirida da Equipe Poli de Mini Baja determina bons valores como sendo em torno

de 150 mm e 100 mm respectivamente para a suspensão dianteira, e 100 mm e 75 mm respectivamente para a suspensão traseira.

Também determinado nessa etapa, a mínima distância livre do solo é um fator muito importante para o desempenho do veículo, haja vista as características dos percursos que esse veículo deverá enfrentar. Sendo assim, valores recomendados pela Equipe Poli de Mini Baja para essa grandeza se situam no intervalo entre 200 mm e 300 mm.

Na etapa de definição das constantes de rigidez e amortecimento do sistema de suspensão, o fator  $f_d$ , que reflete a proporção de distribuição da massa do veículo entre os eixos dianteiro e traseiro deve, preferencialmente, apresentar um valor o mais próximo possível de 0,5, dado que essa distribuição de massa 50%-50% beneficia a dirigibilidade do veículo e seu comportamento dinâmico.

Ainda nessa etapa, quanto ao fator de amortecimento  $\zeta$ , valores recomendados para veículo de competição são encontrados em [6] como sendo algo próximo de 0,45 para o eixo dianteiro e 0,50 para o eixo traseiro. Esses valores foram obtidos diante da constatação citada em [6] de que os outros 55% ou 50% do amortecimento crítico são advindos das articulações e outras peças móveis constituintes do sistema de suspensão. Portanto, como se visa, no ambiente competitivo, à busca pelo máximo tempo de contato do pneu do veículo com o solo, o amortecimento presente no sistema deveria ser o crítico.

Quanto à etapa de velocidade máxima em curva, a constante a ser definida é o coeficiente de atrito entre o pneu e o piso, ou seja, entre borracha e terra batida. Em [7] encontra-se valores para essa constante dentro do intervalo de 0,55 a 0,75, dependendo das condições do solo a ser considerado.

Na etapa de posicionamento do conjunto mola/amortecedor, fica uma recomendação importante para que se procure posicionar a articulação inferior do conjunto na extremidade externa da bandeja, ou o mais próximo disso, dado que, nessa condição, as forças transferidas ao conjunto serão as menores possíveis (efeito alavanca), possibilitando assim elementos mais esbeltos e deixando de sobrecarregar a bandeja onde é fixado o conjunto.

## 5. Exemplificação de Cálculo

Nesta seção é utilizado o conjunto de rotinas descrito anteriormente em um exemplo prático de modo a ilustrar e evidenciar o processo de dimensionamento do sistema de suspensão dianteira de um veículo. Desse modo, as informações iniciais necessárias são dadas a seguir na Tab. (4).

Variável	Valor
M	230 kg
$M_s$	180 kg
$B_t$	1.260 mm
$D_p$	533,4 mm
$L_p$	130 mm
$L_s$	80 mm
$L_c$	120 mm
$f_d$	0,45
$\zeta$	0,45
$\Delta B_t$	30 mm (compressão) e 50 mm (extensão)
$\Delta C_t$	5° (compressão) e 5° (extensão)

**Tabela 4: Dados de entrada do exemplo**

Os dados fornecidos na Tab. (4) são os valores aproximados de um conjunto de suspensão dianteira já utilizado em um dos antigos carros da Equipe Poli de Mini Baja, sendo assim um exemplo real de dimensionamento já realizado.

### 5.1. Geometria

O início dessa etapa se dá com a inserção dos dados iniciais na rotina de otimização elaborada pelo aluno Vinicius Costa (em anexo) no item 4.2, utilizando o software Matlab, e também atribuindo um vetor de posições iniciais, que descreve o sistema de suspensão dianteira utilizado no referido carro da Equipe Poli de Mini Baja, como vetor de partida para os pontos A, B, B', B'', C, D, D' e D'' ilustrado na Tab. (5) e na Fig. (14) a seguir.

Ponto	Coordenada (x,y)
A	(358,393)
B	(550,351)
B'	(540,471)
B''	(509,271)
C	(348,238)
D	(580,190)
D'	(574,308)
D''	(546,108)
$y_{RC}$	(0,121)

Tabela 5: Vetor inicial

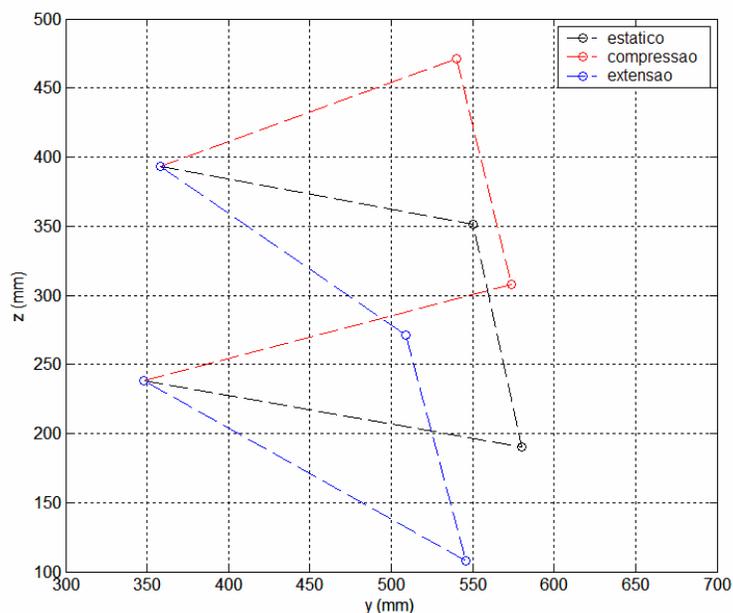
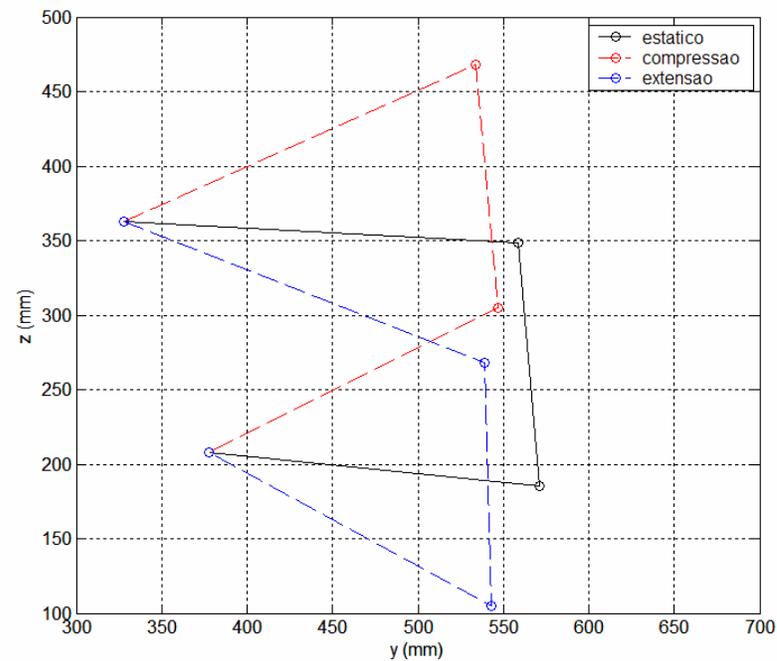


Figura 14: Geometria inicial dos sistema de suspensão

Segundo a rotina de otimização, com uma amplitude de manipulação dos pontos de  $\pm 30$  mm nas direções  $y$  e  $z$ , após 13 iterações foi possível encontrar um conjunto de pontos que satisfaz as restrições expressas nos dados de entrada e possui a menor altura do centro de rolagem geométrico possível. Esse vetor solução é ilustrado na Tab. (6) e na Fig. (15).

Ponto	Coordenada (x,y)
A	(328,363)
B	(559,348)
B'	(534,468)
B''	(539,268)
C	(378,208)
D	(571,185)
D'	(547,305)
D''	(543,105)
$y_{RC}$	(0,112)

**Tabela 6: Vetor solução**



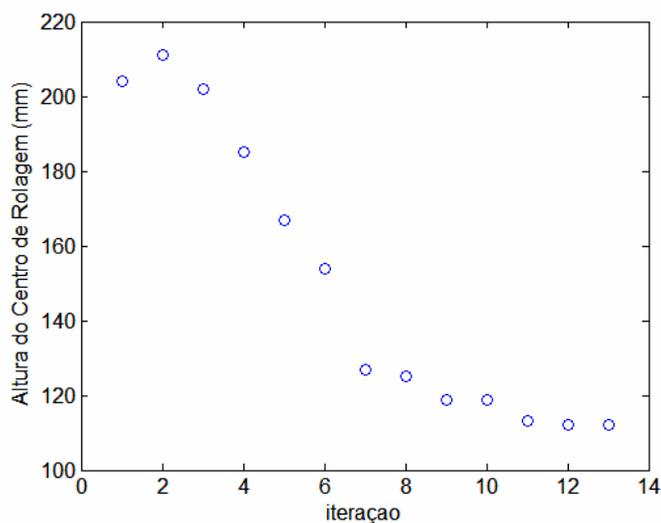
**Figura 15: Geometria otimizada do sistema de suspensão**

Esse vetor solução apresenta um conjunto de suspensão dianteira que possui propriedades geométricas expressas pela Tab. (7), podendo ser verificado que todas as restrições foram superadas e o objetivo de minimizar a altura do centro de rolagem geométrico (“roll center”) foi atingido, partindo-se de uma altura para os dados iniciais de 121 mm para 112 mm correspondente à solução com geometria otimização.

Símbolo	Valor
$\Delta C_{t,c}$	- 0,10 graus
$\Delta C_{t,e}$	3,0 graus
$\Delta B_{t,c}$	-24,3 mm
$\Delta B_{t,e}$	- 37,9 mm

**Tabela 7: Características da geometria otimizada**

A evolução do algoritmo de otimização utilizado pela função *fmincon* do software “MatLab” pode ser observada através da Fig. (16) que ilustra o gráfico do valor da função objetivo (altura do ponto de rolagem geométrica) em função das iterações realizadas.



**Figura 16: Progressão da rotina de otimização**

Obtida a solução do processo de otimização geométrica, podemos dar prosseguimento à discretização do sistema de suspensão.

## 5.2. Definição de rigidez e amortecimento

Através dos dados de entrada expressos na Tab. (4) e da formulação descrita no item 4.3, podemos definir quais devem ser a rigidez e o amortecimento presentes nas rodas do veículo.

Utilizando a Eq. (18) obtém-se a rigidez presente nas rodas do sistema de suspensão dianteira dimensionado, de modo a que o mesmo apresente um curso de extensão de 80 mm.

$$K_r = \frac{M_s f_d g}{2L_E} = \frac{180 \cdot 0,45 \cdot 9,81}{2 \cdot 80 \cdot 10^{-3}} = 4.966 N / m \quad (68)$$

Utilizando a Eq. (19) obtém-se o amortecimento presente nas rodas do sistema de suspensão dianteira dimensionado, de modo a que o mesmo apresente um amortecimento equivalente a 45% do amortecimento crítico, adotando a hipótese presente em [6] de que os outros 55% do amortecimento crítico são fornecidos pelas articulações e outras peças móveis constituintes do sistema de suspensão.

$$C_r = 2\zeta \sqrt{K_r \left( \frac{M_s f_d g}{2} \right)} = 2 \cdot 0,45 \sqrt{4.966 \cdot \left( \frac{180 \cdot 0,45 \cdot 9,81}{2} \right)} = 1.264 Ns / m \quad (69)$$

Utilizando a Eq. (20) obtém-se a freqüência natural do sistema de suspensão, e verifica-se que a mesma se encontra na faixa recomendada por [6] para veículos de competição, ou seja, entre 1Hz e 2Hz.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \cdot K_r}{M_s f_d}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 \cdot 4.966}{180 \cdot 0,45}} = 1,76 Hz \quad (70)$$

Obtidos os valores das constantes de rigidez e amortecimento e verificado o posicionamento da freqüência natural no intervalo conveniente a veículos de competição, pode-se prosseguir no desenvolvimento do sistema de suspensão.

### 5.3. Velocidade máxima em curva

A máxima velocidade com a qual o veículo com a geometria de suspensão dada nos itens 5.1 e 5.2 pode realizar uma curva com raio de 4m sem apresentar capotamento ou escorregamento lateral é dado pelas Eq. (24), Eq. (25), Eq. (26) e Eq. (27) e apresenta o valor obtido na Eq. (71) abaixo.

$$\begin{aligned}
 F_Y z_G + Mg(z_G - z_{RC}) \operatorname{tg} \phi - K_t \phi - Mg \frac{B_t}{2} &= 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{230 \cdot v^2}{4} 0,6 + 230 \cdot 9,81 \cdot (0,6 - 0,112) \cdot \operatorname{tg}(0,625) - 3942 \cdot 0,625 - 230 \cdot 9,81 \left( \frac{1,26}{2} \right) &= 0 \\
 \Rightarrow v = 9,46 \text{ m/s} & \quad (71)
 \end{aligned}$$

O valor obtido é consistente, pois o posicionamento da média de velocidades de veículos experimentais da Equipe Poli de Mini Baja nesse tipo de situação se encontra no intervalo entre 8 e 10 Km/h. Sendo assim, esse valor de velocidade pode ser tomado como parâmetro de comparação do sistema de suspensão obtido na rotina de otimização e possíveis opções.

#### 5.4. Posicionamento de mola e amortecedor

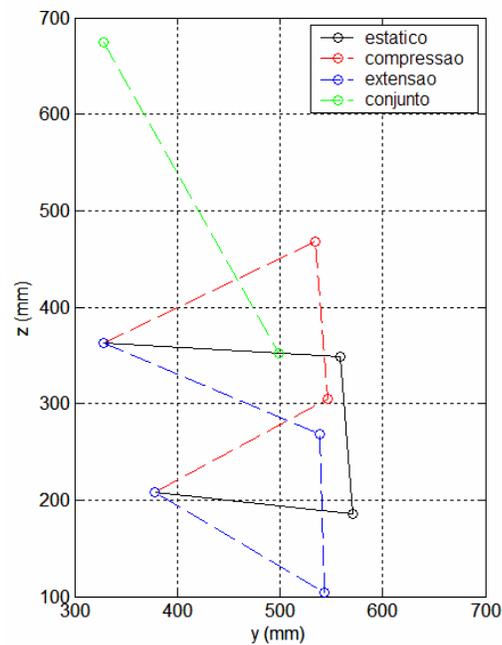
Como se pode constatar no item 4.5 deste trabalho, menor será a força incidente no conjunto mola/amortecedor do veículo projetado quanto mais na extremidade da bandeja o conjunto for fixado.

Para a exemplificação de cálculo mostrada neste trabalho, admite-se que o conjunto mola/amortecedor é fixado a 60 mm da extremidade externa da bandeja superior, levando em consideração a necessidade de um espaçamento relativo entre a junção e a junta esférica utilizada como ligação entre a bandeja e a manga de eixo (“strut”).

A fixação superior do conjunto mola/amortecedor ocorre no ponto de abscissa igual à do ponto A, correspondente à ligação entre bandeja superior e estrutura (conforme modelo da Fig. (8)), e ordenada obtida pela rotina de dimensionamento deste trabalho, partindo da hipótese de que o comprimento livre do conjunto mola/amortecedor é de 413 mm. Dessa forma, o fim de curso na extensão do

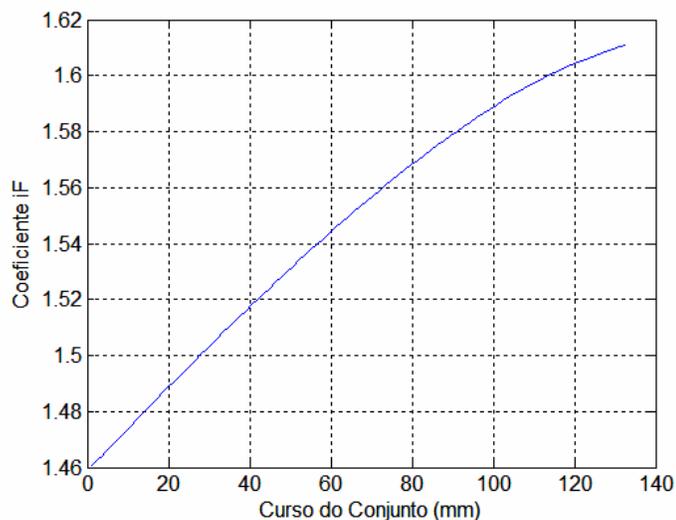
sistema de suspensão é garantido através do máximo comprimento livre do conjunto mola/amortecedor, dispensando assim a utilização de limitadores de comprimento.

A Fig. (17) ilustra a disposição geométrica do conjunto mola/amortecedor acoplado ao sistema de suspensão na condição de deflexão estática.

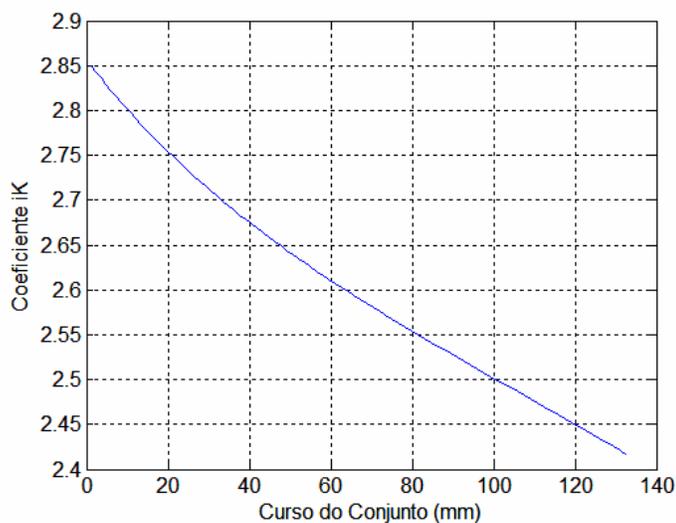


**Figura 17: Posicionamento do conjunto mola/amortecedor**

Com as características do sistema de suspensão já obtidas nos itens anteriores e as Eq. (28) e Eq. (30), podem-se obter os gráficos do coeficiente de transferência de força e rigidez/amortecimento da roda para o conjunto mola/amortecedor em função do curso, ilustrados na Fig. (18) e Fig. (19), respectivamente.



**Figura 18: Coeficiente de transferência de força roda/conjunto**

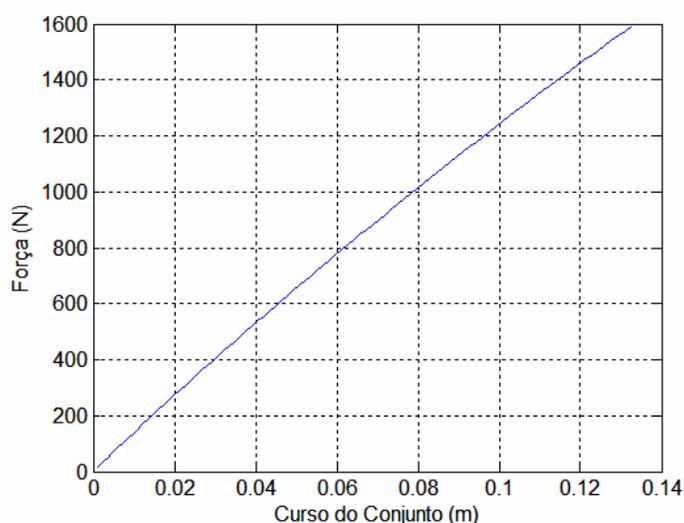


**Figura 19: Coeficiente de transferência de rigidez/amortecimento roda/conjunto**

Vale observar nesses gráficos a variação de 10,3% em relação ao menor valor do coeficiente de transferência da força ao longo do curso e a respectiva variação de 17,8% no valor do coeficiente de rigidez/amortecimento, evidenciando a importância da correta discretização elaborada neste trabalho sobre o

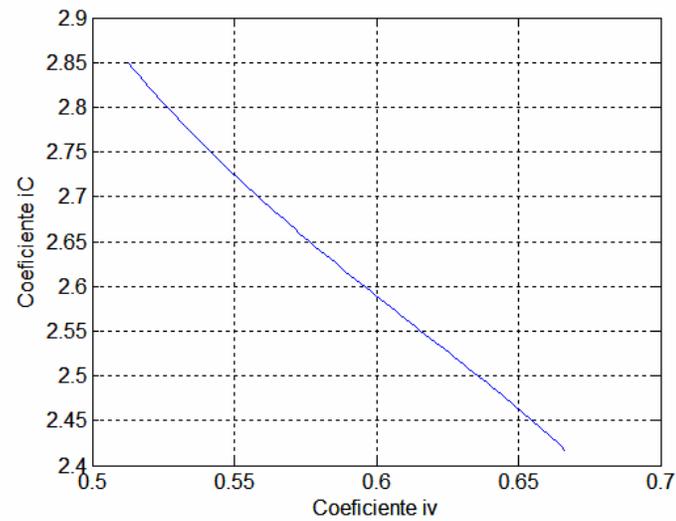
comportamento de sistemas de suspensão com cursos considerados longos, ou seja, maiores que 50mm (2 polegadas).

Através do coeficiente ilustrado na Fig. (19) e da Eq. (32) é possível definir a curva de rigidez da mola, apresentada na Fig. (20). A utilização de um elemento mola, com curva de rigidez segundo a Fig. (20) no conjunto mola/amortecedor do sistema de suspensão obtido no item 5.2, proporciona uma rigidez constante ao longo do curso na roda igual ao valor obtido pela Eq. (68), ou seja, 4.966 N/m.



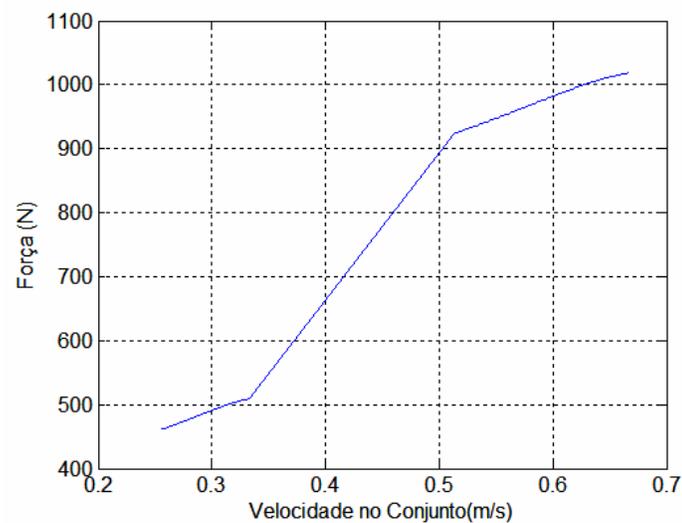
**Figura 20: Curva de rigidez do elemento mola**

Para a obtenção da curva que descreve o amortecimento do conjunto mola/amortecedor deste exemplo, primeiramente é necessário determinar-se o comportamento do coeficiente de transferência de rigidez/amortecimento em função do coeficiente de transferência de velocidade, que nada mais é que a relação entre deslocamentos na roda e os respectivos deslocamentos no conjunto mola/amortecedor, pois essa correspondência ocorre num mesmo intervalo de tempo. Essa curva é ilustrada na Fig. (21) a seguir.



**Figura 21: Relação entre coeficientes**

Obtida a curva da Fig. (21), utiliza-se a Eq. (33) para determinar a curva de amortecimento do elemento amortecedor a ser usado no conjunto do sistema de suspensão de forma a fornecer um amortecimento constante na roda ao longo do curso igual ao valor obtido na Eq. (69), ou seja, 1.264 Ns/m. Essa curva de amortecimento em função da velocidade é ilustrada na Fig. (22) a seguir.



**Figura 22: Curva de amortecimento no elemento amortecedor**

Através do gráfico da Fig. (22) pode-se observar um amortecimento com curva de formato muito próximo às curvas de amortecimento utilizadas em amortecedores automotivos, ou seja, em formato de “S”. Pode-se dividir essa curva em três regiões distintas, sendo elas as regiões de baixa, média e alta frequência, ou seja, de 0 a 0,35 m/s, de 0,35 a 0,52 m/s e de 0,52 a 1 m/s, respectivamente. Os pontos que delimitam essas regiões são um pouco diferentes de curvas de amortecimento usuais na indústria automotiva claramente devido ao modelo para longos cursos utilizado neste trabalho.

### 5.5. Dimensionamento de Mola

Para o dimensionamento do elemento mola, é utilizada a planilha desenvolvida pelo aluno Vinicius Costa, que pressupõe a utilização da teoria de dimensionamento de molas de compressão com rigidez linear apresentada em [3].

São utilizados como dados de entrada as grandezas contidas na Tab. (8) a seguir.

Variável	Valor
Material	A228
A	2.153,50
b	- 0,16
d	7,00 mm
G	80.888,00 Gpa
f	47 Hz
w	295,31 rad/s
Fest	468,80 N
Le	80 mm
Lc	120 mm
C	12
Ltot	270 mm
Lreg	100 mm

**Tabela 8: Dados de entrada para elemento mola**

Atribuindo-se como restrições um valor maior ou igual à unidade para os coeficientes de segurança estático e à fadiga expressos pelas Eq. (53) e Eq. (62) respectivamente, e valores menores que 4 e 0,5 para os coeficientes de flambagem

expressos pelas Eq. (49) e Eq. (50) respectivamente, utiliza-se a rotina de otimização “Solver” do software “MS-Excel” para a obtenção do elemento mola com a menor massa possível.

Ao final da execução da rotina de otimização, obtêm-se as características construtivas ilustradas na Fig. (23) e listadas a seguir, para o elemento mola de menor massa possível.

- Diâmetro do fio: 7 mm
- Diâmetro médio: 84 mm
- Comprimento livre: 330 mm
- Número total de espiras: 12
- Massa: 953,5 g

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	<b>Planilha para Dimensionamento de Mola para o Mini Baja</b>									
2										
4	Propriedades do Material		Entradas da Mola		Especificação da Mola		Carregamento Estático		Carregamento Cíclico	
6	Material	A228	f (Hz)	47.00	k (N/mm)	4.08	Fmax (N)	782.69	Fmax (N)	635.94
7	A	2,153.50	w (rad/s)	295.31	D (mm)	84.00	Ks	1.04	Fmin (N)	346.50
8	b	-0.16	N (h)	10.00	Do (mm)	91.00	Tmax (MPa)	508.45	Vida (ciclos)	1.69E+06
9	d (mm)	7.00	Fest (N)	468.80	Di (mm)	77.00	Ns	1.54	Fa (N)	144.72
10	Sut (MPa)	1,569.70	Extensão (mm)	60.00	Na	10.0			Fm (N)	491.22
11	Sus (MPa)	1,051.70	Compressão (mm)	72.00	Nt	12.0			Ks	1.04
12	Sys (MPa)	784.85	C	12.0	Ls (mm)	84.26			Kw	1.12
13	Sfw (MPa)	627.88	Ltot (mm)	270.00	Lf (mm)	330.00			Ti (MPa)	225.09
14	Ses (MPa)	447.53	Lreg (mm)	100.00	Wt (g)	953.48			Tm (MPa)	319.10
15	G (MPa)	80,800.00			fn (Hz)	0.10			Ta (MPa)	101.03
16									Nfs	2.49
17					L/D	3.93				
18					y/Lf	0.40				

**Figura 23: Planilha característica do elemento mola otimizado**

Com os dados construtivos em mãos, associado ao valor de rigidez do elemento mola, pode-se iniciar a confecção do mesmo, o que finaliza a exemplificação da utilização da rotina de dimensionamento de suspensão apresentada por este trabalho.

## 6. Validação do conjunto de rotinas através do software Adams

Findada a exemplificação da utilização do conjunto de rotinas para dimensionamento de sistemas de suspensão apresentado neste trabalho, pode-se fazer o caminho inverso e introduzir as informações obtidas sobre o sistema de suspensão no software de análise CAE Adams, de modo a validar a eficácia do referido conjunto de rotinas.

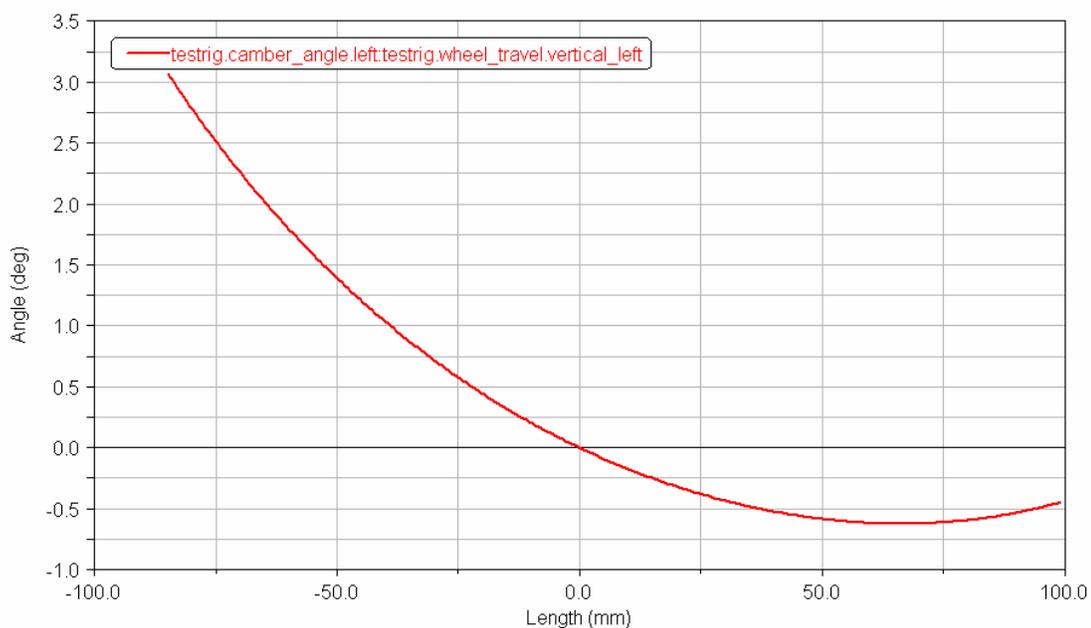
Será analisada nos itens a seguir a correspondência entre os valores de máxima variação de cambagem e bitola e o valor da constante de rigidez nas rodas determinados na rotina de dimensionamento apresentada por este trabalho e o valor obtidos através da introdução do sistema de suspensão no software Adams.

Infelizmente, o software Adams não apresenta, dentro dos modelos de sistemas de suspensão disponíveis, a possibilidade de análise do amortecimento presente no ponto de contato do pneu com o solo em função de uma curva de amortecimento introduzida no elemento amortecedor.

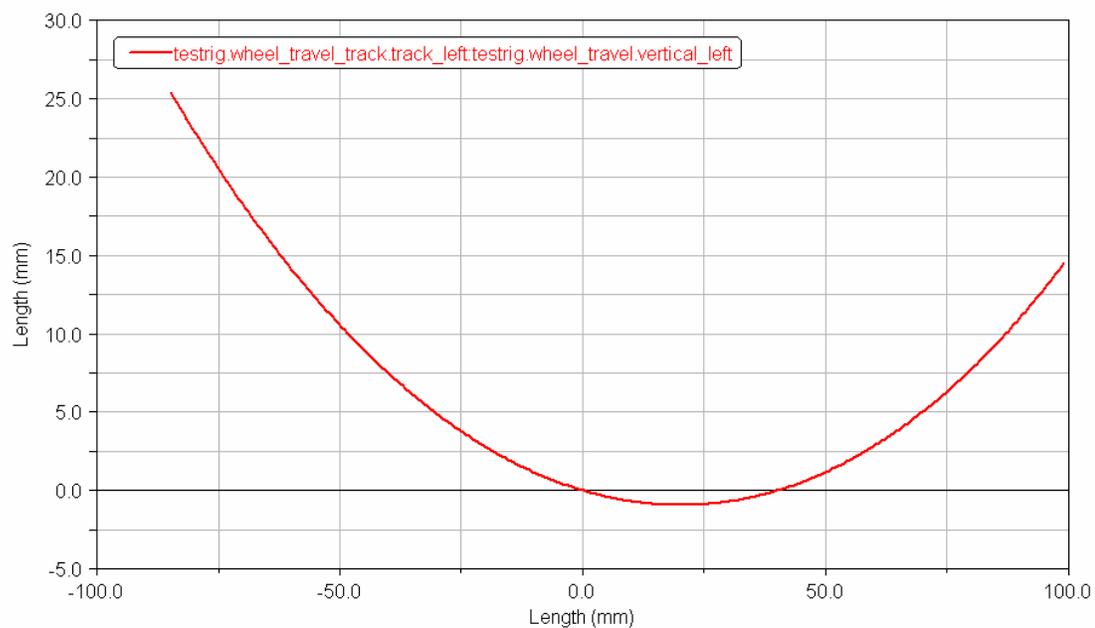
### 6.1. Máximas variações de cambagem e bitola

As máximas variações de cambagem e bitola obtidas no sistema de suspensão com geometria determinada no item 5.1 têm valores em compressão de -0,104 graus e -24,3 mm e em extensão de 3,0 graus e -37,9 mm, respectivamente.

O gráfico ilustrado na Fig. (24) representa a variação de cambagem fornecida pelo software Adams para a geometria obtida no item 5.1, e o gráfico da Fig. (25) apresenta a respectiva variação de bitola.



**Figura 24: Variação de cambagem no curso**



**Figura 25: Variação de bitola no curso**

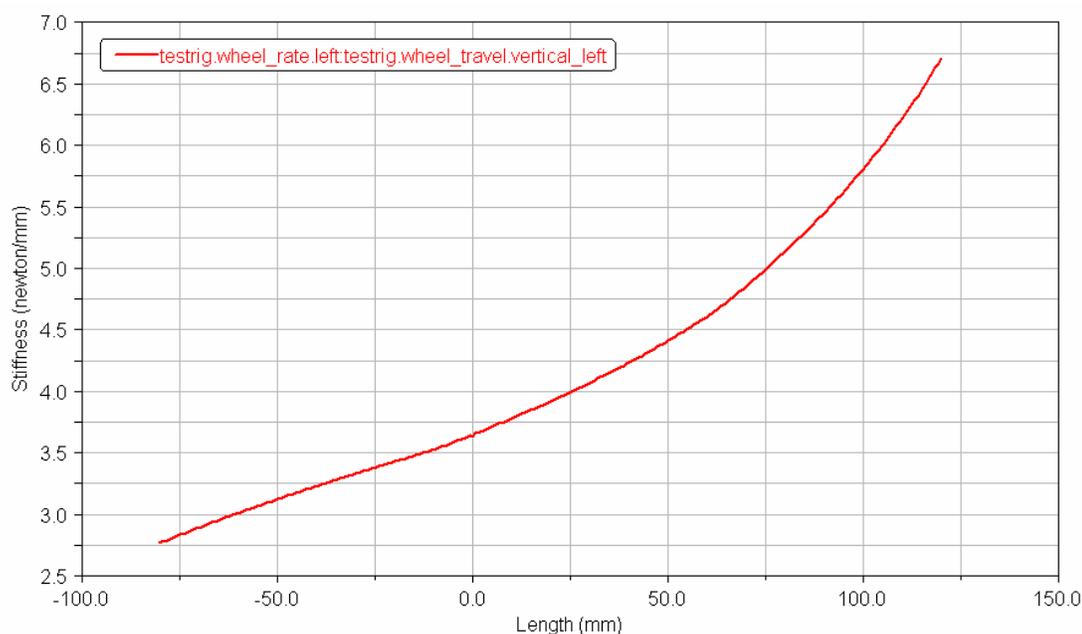
Podemos observar através dos gráficos valores máximos de variação de cambagem e bitola em compressão de  $-0,4$  graus e  $-15$  mm, e em extensão de  $3,0$  graus e  $-25$  mm, respectivamente. Esses valores são próximos aos valores citados

como máximas variações na rotina de dimensionamento apresentada neste trabalho, mostrando a aderência do modelo utilizado no mesmo e a eficácia do sistema de otimização aqui aplicado. As diferenças entre os valores de variação de bitola podem ser fruto da diferença entre o modelo bidimensional utilizado neste trabalho e o modelo tridimensional utilizado no software Adams.

## 6.2. Constante de rigidez

A constante de rigidez calculada no item 5.2 presente nas rodas do exemplo exposto tem valor de 4.966 N/m ao longo de todo o curso útil do sistema de suspensão obtido.

Introduzindo-se a curva de rigidez definida na Fig. (20) no elemento mola do sistema de suspensão do software Adams, pode-se obter o gráfico de variação de rigidez ao longo do curso útil, ilustrado pela Fig. (26), relativo ao ponto de contato do pneu com o solo. Para efeito de análise, atribui-se um valor de 100.000 N/m para a rigidez dos pneus, a fim de excluir sua influência no gráfico estudado.



**Figura 26: Variação de rigidez na roda ao no curso**

Pose-se observar no gráfico acima um valor médio de 4.750 N/m para a rigidez na roda, valor esse próximo ao valor obtido na Eq. (68), ou seja, 4.966 N/m, sendo constatada uma pequena diferença.

Apesar dessa diferença, pode-se observar no gráfico da Fig. (26) que o valor de rigidez apresentado no ponto de contato do pneu com o solo tem uma pequena variação ao longo do curso útil do sistema de suspensão ( $\pm 40\%$ ), validando o modelo apresentado e desenvolvido neste trabalho.

## 7. Conclusão

Com este trabalho, pode-se constatar que o processo de dimensionamento de um sistema de suspensão é complexo e extremamente dependente da aplicação a que se propõe. O autor procurou apresentar de forma simples e objetiva um conjunto de rotinas para desenvolvimento de um sistema de suspensão tipo duplo “A” com aplicação geral, incluindo a exemplificação para o dimensionamento e calibração de um sistema de suspensão utilizado em um veículo mini baja.

Neste trabalho foram utilizados conceitos encontrados na literatura e outros desenvolvidos a partir da necessidade de se dar um passo além, muitas vezes alimentado pela vontade em se buscar aprimoramento em áreas em que não existem muitos estudos ou informações disponíveis.

O conjunto de rotinas apresentado neste trabalho se mostrou consistente à medida que levou em consideração as não linearidades envolvidas na otimização da geometria de suspensão em busca do menor centro de rolagem geométrica, e da calibração do sistema de suspensão obtida através das curvas de rigidez e amortecimento ao longo do curso útil.

No exemplo de cálculo apresentado por este trabalho, a rotina de otimização da geometria descrita obteve uma redução de 9 mm na altura do centro de rolagem geométrico do sistema de suspensão, partindo de uma geometria inicial já considerada otimizada e atendendo às restrições impostas. Esse fato demonstra a eficiência do modelo adotado e da rotina de otimização empregados neste trabalho.

A eficiência da rotina de otimização geométrica adotada neste trabalho foi comprovada também pela verificação do atendimento às restrições pré-determinadas ao introduzir-se a geometria obtida no software de análise Adams,

demonstrando assim, através de um software reconhecido no mercado em geral, que este trabalho obteve êxito em sua proposição.

Pode-se constatar também a influência exercida pelo curso útil de suspensão, quando alongado, sobre a calibração dos elementos mola e amortecedor, chegando-se a variações citadas de até 15% em relação à calibração feita através da linearização dos coeficientes que transportam valores de rigidez e amortecimento do ponto de contato do pneu com o solo para o conjunto mola/amortecedor utilizado.

As maiores dificuldades enfrentadas na composição deste trabalho foram a obtenção e adequação ao problema de um algoritmo de otimização eficiente, devido à completa não-linearidade da função objetivo e das restrições, e a busca de uma rotina de cálculo de molas de rigidez não-linear, esta última sem êxito, sendo utilizada neste trabalho uma rotina de dimensionamento de mola linear, o que se mostrou extremamente razoável pela possibilidade de otimização em função da redução de massa e pelo fato de a curva de rigidez obtida no exemplo de cálculo ser aproximadamente linear.

Ficam como sugestões de aprimoramento deste trabalho a introdução de restrições quanto à variação da altura do centro de rolagem geométrico do sistema de suspensão ao longo do curso útil na rotina de otimização geométrica, condição essa muito importante para sistemas de suspensão de veículos de competição; a introdução de rotinas de dimensionamento de molas não-lineares e amortecedores, de modo a obter elementos que atendam com fidelidade às curvas de rigidez e amortecimento obtidas neste trabalho; e a expansão do problema de otimização geométrica para o campo tridimensional, discretizando outros parâmetros relevantes no dimensionamento de sistemas de suspensão, como o ângulo de mergulho (“dive”).

## 8. Referências

1. Gillespie, Thomas D., 1992, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", United States of America.
2. Reimpell, J. and Stoll, H., 1996, "The Automotive Chassis: Engineering Principles", Great Britain.
3. Norton, R. L., 2004, "Projeto de Máquinas", 2ª ed., Porto Alegre.
4. Vierck, R. K. "Vibration Analysis", 1974.
5. Hartog, D. "Vibrações em sistema Mecânicos", Edgard Blucher, 1972.
6. Costa Neto, A. "Dinâmica Veicular", SAE Brasil, 2006.
7. Fenton, J. "Handbook of Automotive Powertrains and Chassis Design", London, 1998.
8. Madureira, O. M., "Curso: Suspensão e Conforto", TSystem, 2001.

## Anexo A – Conjunto de rotinas de dimensionamento (MatLab)

```

clear all;
close all;

%-----
% Dimensionamento e Calibração de Suspensao Duplo A
%-----

%-----
% Parametros de Entrada
%-----

% Constantes
M = 230;           %(kg)           massa total do veiculo
Ms = 180;          %(kg)           massa suspensa do veiculo
Mn = 50;           %(kg)           massa nao suspensa do veiculo
Bt = 1260;         %(mm)          bitola do veiculo
Dp = 533.4;        %(mm)          diametro do pneu
Lp = 130;          %(mm)          largura do pneu
Lc = 120;          %(mm)          curso de compressao (bump)
Le = 80;           %(mm)          curso de extensao (rebound)

% Otimização Geometrica
dBc = 20;          %(mm)          variação maxima de bitola na compressao
dBe = 20;          %(mm)          variação maxima de bitola na extensao
dCc = 3;           %(graus)         variação maxima de cambagem na compressao
dCe = 3;           %(graus)         variação maxima de cambagem na extensao
zrc = 0;           %(mm)          valor otimizado da altura do Roll Center
exitflag = 0;      %             indicador de convergencia

% Rigidez e Amortecimento
Kt = 0;            %(Nm/rad)        rigidez torcional da suspensao
Kr = 0;            %(N/m)          rigidez na roda
Cr = 0;            %(Ns/m)        amortecimento na roda
fr = 0;            %(Hz)          frequencia na roda
s = 0.45;          %             indice de amortecimento
fd = 0.45;         %             indice de distribuição de massa

% Transferencia de Carga
vmax = 0;          %(m/s)          velocidade maxima de contorno de curva
R = 4000;          %(mm)          raio de curva
zg = 600;          %(mm)          altura do centro de massa do veiculo
g = 9.81;          %(mm/s2)         aceleracao da gravidade
fi = 0;            %(rad)          angulo de inclinação do veiculo em curva
mig = 0.55;        %             coeficiente de atrito entre pneu e piso

%-----
% Calculo dos Angulos
%-----

dCc = dCc*pi/180;
dCe = dCe*pi/180;

%-----
% Parametros da Funcao Otimizadora

```

```

%-----

c = zeros(4,1);
ceq = zeros(6,1);
A = zeros(17,14);
b = zeros(17,1);
Aeq = zeros(2,14);
beq = zeros(2,1);
lb = zeros(14,1);
ub = zeros(14,1);
x0 = zeros(14,1);      %(yA,zA,yB,zB,yC,zC,yD,zD,yB',yB'',yD',yD'',zD',zD'')

ygeo = zeros(1,4);
zgeo = zeros(1,4);
ygeoc = zeros(1,4);
zgeoc = zeros(1,4);
ygeoe = zeros(1,4);
zgeoe = zeros(1,4);
ygeoa = zeros(1,2);
zgeoa = zeros(1,2);

%-----
% Parametros de Saida
%-----

x = zeros(14,1);      %(yA,zA,yB,zB,yC,zC,yD,zD,yB',yB'',yD',yD'',zD',zD'')

%-----
% Atribuicao de Valores
%-----

x0(1)=358;
x0(2)=393;
x0(3)=550;
x0(4)=351;
x0(5)=348;
x0(6)=238;
x0(7)=580;
x0(8)=190;
x0(9)=540;
x0(10)=509;
x0(11)=574;
x0(12)=546;
x0(13)=308;
x0(14)=108;

lb(1)=x0(1)-30;
lb(2)=x0(2)-30;
lb(3)=x0(3)-30;
lb(4)=x0(4)-30;
lb(5)=x0(5)-30;
lb(6)=x0(6)-30;
lb(7)=x0(7)-30;
lb(8)=x0(8)-30;
lb(9)=x0(9)-30;
lb(10)=x0(10)-30;
lb(11)=x0(11)-30;
lb(12)=x0(12)-30;

```

```
lb(13)=x0(13)-30;
lb(14)=x0(14)-30;
```

```
ub(1)=x0(1)+30;
ub(2)=x0(2)+30;
ub(3)=x0(3)+30;
ub(4)=x0(4)+30;
ub(5)=x0(5)+30;
ub(6)=x0(6)+30;
ub(7)=x0(7)+30;
ub(8)=x0(8)+30;
ub(9)=x0(9)+30;
ub(10)=x0(10)+30;
ub(11)=x0(11)+30;
ub(12)=x0(12)+30;
ub(13)=x0(13)+30;
ub(14)=x0(14)+30;
```

```
A(1,1)=-1;
A(2,2)=-1;
A(3,3)=-1;
A(4,4)=-1;
A(5,5)=-1;
A(6,6)=-1;
A(7,7)=-1;
A(8,8)=-1;
A(9,9)=-1;
A(10,10)=-1;
A(11,11)=-1;
A(12,12)=-1;
A(13,13)=-1;
A(14,14)=-1;
A(15,3)=1;
A(15,7)=-1;
A(16,9)=1;
A(16,11)=1;
A(16,3)=-1;
A(16,7)=-1;
A(17,10)=1;
A(17,12)=1;
A(17,3)=-1;
A(17,7)=-1;
```

```
b(16,1)=2*dBc-Lp*(1-cos(dCc))+Dp*sin(dCc);
b(17,1)=2*dBe-Lp*(1-cos(dCe))+Dp*sin(dCe);
```

```
Aeq(1,3)=1;
Aeq(1,7)=1;
Aeq(2,4)=1;
Aeq(2,8)=1;
```

```
beq(1)=Bt-Lp;
beq(2)=Dp;
```

```
%-----
% Rotina de Otimizacao Geometrica
%-----
```

```
options = optimset('LargeScale', 'off', 'Display', 'iter', 'Tolcon', 1e-3, 'Tolfun', 1e-3, 'Tolx', 1e-3);
```

```

[x,zrc,exitflag,output] = fmincon(@myfun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,@mycon,options);

Cc = atan((x(11)-x(9))/(x(13)-x(4)-Lc))-atan((x(7)-x(3))/(x(8)-x(4)));
Ce = atan((x(12)-x(10))/(x(14)-x(4)+Le))-atan((x(7)-x(3))/(x(8)-x(4)));
ACc = Cc*180/pi;
ACe = Ce*180/pi;
Bc = 0.5*(x(9)+x(11)-x(3)-x(7))+0.5*Lp*(1-cos(Cc))-0.5*Dp*sin(Cc);
Be = 0.5*(x(10)+x(12)-x(3)-x(7))+0.5*Lp*(1-cos(Ce))-0.5*Dp*sin(Ce);

zrc0 = Bt/2*((x0(8)-x0(6))*(x0(2)*x0(3)-x0(4)*x0(1))+x0(4)-x0(2))*(x0(8)*x0(5)-x0(6)*x0(7))/((x0(3)-
x0(1))*(Bt/2-x0(5))*(x0(8)-x0(6))+x0(3)-x0(1))*(x0(6)-x0(2))*(x0(7)-x0(5))+x0(7)-x0(5))*(x0(4)-
x0(2))*(x0(1)-Bt/2));
Cc0 = atan((x0(11)-x0(9))/(x0(13)-x0(4)-Lc))-atan((x0(7)-x0(3))/(x0(8)-x0(4)));
Ce0 = atan((x0(12)-x0(10))/(x0(14)-x0(4)+Le))-atan((x0(7)-x0(3))/(x0(8)-x0(4)));
ACc0 = Cc0*180/pi;
ACe0 = Ce0*180/pi;
Bc0 = 0.5*(x0(9)+x0(11)-x0(3)-x0(7))+0.5*Lp*(1-cos(Cc0))-0.5*Dp*sin(Cc0);
Be0 = 0.5*(x0(10)+x0(12)-x0(3)-x0(7))+0.5*Lp*(1-cos(Ce0))-0.5*Dp*sin(Ce0);

%-----
% Definição de Rigidez e Amortecimento na Roda
%-----

Kr = (Ms*fd*g)/(2*Le/1000);
Kt = 2*(Kr*(Bt/2000)^2);
Cr = 2*s*(Kr*Ms*fd*g/2)^0.5;
fr = (2*Kr/(Ms*fd))^0.5/(2*pi);

%-----
% Definição da Velocidade Maxima em Curva
%-----

fi = atan((2*M*g)/(Kr*Bt/1000));
vmax = ((R/(M*zg))*(Kt*fi+M*g*Bt/2000-M*g*(zg-zrc)/1000*tan(fi)))^0.5;

%-----
% Definição de Coeficientes de Transferencia
%-----

a = 413.00;
ban = ((x(3)-x(1))^2+(x(4)-x(2))^2)^0.5;
c = ban-60;
alfamin = atan((x(4)-Le-x(2))/(x(10)-x(1)));
alfamed = atan((x(4)-x(2))/(x(3)-x(1)));
alfamax = atan((x(4)+Lc-x(2))/(x(9)-x(1)));
yF = x(1)+c*cos(alfamin);
zF = x(2)+c*sin(alfamin);
yE = x(1);
zE = zF+(a^2-(yF-yE)^2)^0.5;
e = ((x(1)-yE)^2+(x(2)-zE)^2)^0.5;

gamma = atan((yF-yE)/(zE-zF));
f = ((x(10)-yE)^2+(x(4)-Le-zE)^2)^0.5;

bet = acos((ban^2+e^2-f^2)/(2*ban*e));
incr=0.01;

%tamanho livre do amortecedor
%tamanho total da bandeja
% braço na bandeja entre a estrutura e o conjunto
%angulo da bandeja em extensao
%angulo da bandeja em deflexao estatica
%angulo da bandeja em compressao
%abscissa do ponto de junção conjunto/bandeja
%ordenada do ponto de junção conjunto/bandeja
%abscissa do ponto do conjunto na estrutura
%ordenada do ponto do conjunto na estrutura
%distância entre o ponto de fixação do amortecedor e
da bandeja à estrutura
%ângulo formado entre o amortecedor e a vertical
%distancia entre o ponto do conjunto na estrutura e o
da manga de eixo
%ângulo entre a distância "e" e a bandeja
%passo dos pontos

```

```

alfatot = alfamax-alfamin;
dalfa = incr:incr:alfatot;
[n,m] = size(dalfa);
y = zeros(m,1);
da = zeros(m,1);
dgama = zeros(m,1);
ik = zeros(m,1);
ie = zeros(m,1);
dv = zeros(2*m,1);
forcarigid = zeros(m,1);
forcaamort = zeros(2*m,1);

for i = 1:m
    y(i) = (e^2+c^2-2*c*e*cos(bet-dalfa(i)))^0.5;
end

for i = 1:m
    da(i) = (a-y(i));
end

for i = 1:m
    dgama(i) = acos((a^2+y(i)^2-2*c^2*(1-cos(dalfa(i))))/(2*a*y(i)));
end

for i = 1:m
    ie(i) = ban/(c*cos(gama+dgama(i)));
end

for i = 1:m
    ik(i) = (ie(i)*(2*ban^2*(1-cos(dalfa(i))))^0.5)/(da(i));
end

for i = 1:m
    forcarigid(i) = ik(i)*Kr*da(i)/1000;
end

for i = 1:m
    dv(i) = 0.5*da(i)/(2*ban^2*(1-cos(dalfa(i))))^0.5;
end

for i = 1:m
    dv(m+i) = da(i)/(2*ban^2*(1-cos(dalfa(i))))^0.5;
end

for i = 1:m
    forcaamort(i) = ik(i)*Cr*dv(i)*0.5;
end

for i = 1:m
    forcaamort(m+i) = ik(i)*Cr*dv(i)*1;
end

%-----
% Rotina de Impressao de Graficos
%-----

figure('name','Coeficiente de Transferencia de Força');
axes('FontSize',12);
plot(da,ie),ylabel('Coeficiente iF'),xlabel('Curso do Conjunto (mm)');grid;

```

```

figure ('name','Coeficiente de Transferencia de Rigidez');
axes('FontSize',12);
plot(da,ik);ylabel('Coeficiente iK');xlabel('Curso do Conjunto (mm)');grid;

figure ('name','Curva de Rigidez da Mola');
axes('FontSize',12);
plot(da/1000,forcarigid);ylabel('Força (N)');xlabel('Curso do Conjunto (m)');grid;

figure ('name','Curva de Amortecimento do Amortecedor');
axes('FontSize',12);
plot(dv,forcaamort);ylabel('Força (N)');xlabel('Velocidade no Conjunto(m/s)');grid;

%-----
% Rotina de Impressao da Geometrica
%-----

figure ('name','Geometria Inicial da Suspensao');
axes('FontSize',12);
ygeo(1) = x0(1);
ygeo(2) = x0(3);
ygeo(3) = x0(7);
ygeo(4) = x0(5);
zgeo(1) = x0(2);
zgeo(2) = x0(4);
zgeo(3) = x0(8);
zgeo(4) = x0(6);

ygeoc(1) = x0(1);
ygeoc(2) = x0(9);
ygeoc(3) = x0(11);
ygeoc(4) = x0(5);
zgeoc(1) = x0(2);
zgeoc(2) = x0(4)+Lc;
zgeoc(3) = x0(13);
zgeoc(4) = x0(6);

ygeoe(1) = x0(1);
ygeoe(2) = x0(10);
ygeoe(3) = x0(12);
ygeoe(4) = x0(5);
zgeoe(1) = x0(2);
zgeoe(2) = x0(4)-Le;
zgeoe(3) = x0(14);
zgeoe(4) = x0(6);
plot(ygeo,zgeo(1,:),'--ko',ygeoc,zgeoc(1,:),'--ro',ygeoe,zgeoe(1,:),'--bo');ylabel('z (mm)');xlabel('y
(mm)');grid;legend('estatico','compressao','extensao')

figure ('name','Geometria Otimizada da Suspensao');
axes('FontSize',12);
ygeo(1) = x(1);
ygeo(2) = x(3);
ygeo(3) = x(7);
ygeo(4) = x(5);
zgeo(1) = x(2);
zgeo(2) = x(4);
zgeo(3) = x(8);
zgeo(4) = x(6);

```

```

ygeoc(1) = x(1);
ygeoc(2) = x(9);
ygeoc(3) = x(11);
ygeoc(4) = x(5);
zgeoc(1) = x(2);
zgeoc(2) = x(4)+Lc;
zgeoc(3) = x(13);
zgeoc(4) = x(6);

ygeoe(1) = x(1);
ygeoe(2) = x(10);
ygeoe(3) = x(12);
ygeoe(4) = x(5);
zgeoe(1) = x(2);
zgeoe(2) = x(4)-Le;
zgeoe(3) = x(14);
zgeoe(4) = x(6);

ygeoa(1) = yE;
ygeoa(2) = x(1)+c*cos(alfamed);
zgeoa(1) = zE;
zgeoa(2) = x(2)+c*sin(alfamed);

plot(ygeo,zgeo,'-ko',ygeoc,zgeoc,'-ro',ygeoe,zgeoe,'--bo');ylabel('z (mm)');xlabel('y
(mm)');grid;legend('estatico','compressao','extensao')

%-----
% Função Objetivo
%-----

function f = myfun(x)

Bt = 1260;
f = Bt/2*((x(8)-x(6))*(x(2)*x(3)-x(4)*x(1))+x(4)-x(2))*(x(8)*x(5)-x(6)*x(7))/(((x(3)-x(1))*(Bt/2-x(5))*(x(8)-
x(6))+x(3)-x(1))*(x(6)-x(2))*(x(7)-x(5))+x(7)-x(5))*(x(4)-x(2))*(x(1)-Bt/2)));

%-----
% Função Restrição
%-----

function [c,ceq] = mycon(x)

Lc = 120;
Le = 80;
dCc = -3;      %graus
dCe = 3;      %graus
dCc = dCc*pi/180;
dCe = dCe*pi/180;

c = zeros(2,1);
ceq = zeros(6,1);

c(1) = atan((x(7)-x(3))/(x(8)-x(4)))-atan((x(11)-x(9))/(x(13)-x(4)-Lc))+dCc;
c(2) = atan((x(7)-x(3))/(x(8)-x(4)))-atan((x(12)-x(10))/(x(14)-x(4)+Le))+dCe;
% c(3) = atan((x(11)-x(9))/(x(13)-x(4)-Lc))-atan((x(7)-x(3))/(x(8)-x(4)))-dCc;
% c(4) = atan((x(12)-x(10))/(x(14)-x(4)+Le))-atan((x(7)-x(3))/(x(8)-x(4)))-dCe;

```

```
ceq(1) = (x(3)-x(1))^2+(x(4)-x(2))^2-(x(9)-x(1))^2-(x(4)+Lc-x(2))^2;  
ceq(2) = (x(3)-x(1))^2+(x(4)-x(2))^2-(x(10)-x(1))^2-(x(4)-Le-x(2))^2;  
ceq(3) = (x(7)-x(5))^2+(x(8)-x(6))^2-(x(11)-x(5))^2-(x(13)-x(6))^2;  
ceq(4) = (x(7)-x(5))^2+(x(8)-x(6))^2-(x(12)-x(5))^2-(x(14)-x(6))^2;  
ceq(5) = (x(3)-x(7))^2+(x(4)-x(8))^2-(x(9)-x(11))^2-(x(4)+Lc-x(13))^2;  
ceq(6) = (x(3)-x(7))^2+(x(4)-x(8))^2-(x(10)-x(12))^2-(x(4)-Le-x(14))^2;
```